

Ing. Jindřich BOHÁČ^{1),2)}
 prof. Ing. Jiří BAŠTA, Ph.D.¹⁾
 Ing. Jan ŠULC²⁾
 Ing. Roman VAVŘIČKA, Ph.D.^{1),2)}

¹⁾ ČVUT v Praze, Fakulta strojní,
 Ústav techniky prostředí
²⁾ ČVUT v Praze, Univerzitní
 centrum energeticky efektivních
 budov

Recenzent
 Dr. Ing. Petr Fischer

Modelování provozního chování otopných těles

Modelling the Operating Behaviour of Radiators

Příspěvek je zaměřen především na poznatky získané z experimentálního měření provozního chování deskového a článkového otopného tělesa v různých fázích otopného období, tedy při různých vstupních teplotních parametrech. V rámci experimentu byl zhodnocen vliv jednotlivých parametrů, jako je teplota přívodní vody nebo teplotní spád, na změnu tepelného výkonu otopného tělesa. Článek dále nabízí rozbor a teoretické minimum dvou základních způsobů regulace – kvalitativní a kvantitativní, a to vzhledem k praktickým zjištěním. Na základě naměřených dat jsou předloženy dva přístupy pro matematické modelování provozní dynamiky deskového otopného tělesa.

Klíčová slova: otopná tělesa

The contribution focuses especially on experimental findings gained from measurement of operating behaviour of panel and sectional radiators in different points of the heating period, i.e. with different inlet temperature parameters. The effect of individual parameters, such as inlet water temperature or temperature gradient, on the heat output of the radiator was evaluated within the experiment. The paper also presents analysis and theoretical minimum of two basic ways of control – qualitative and quantitative, following the practical findings. Based on the measured data, two approaches to mathematical modelling of the radiators' operational dynamics are presented.

Keywords: radiators

ÚVOD

Provozu otopných ploch, resp. celých soustav, je kvůli možným úsporám při vytápění věnována zvýšená pozornost, a to nejen v ČR. V otopných soustavách jsou podstatnými akumulačními prvky jednotlivá otopná tělesa, která přeneseně můžeme chápat jako odpory. Každé těleso tak vykazuje různě velkou tepelnou setrvačnost podle toho, jakého je druhu, jaký má vodní obsah a z čeho je vyrobeno. S použitím tepelné setrvačnosti lze popsat celou dynamiku chování otopných soustav. Tento příspěvek nabízí vyhodnocení tepelné dynamiky dvou druhů otopných těles – deskového a článkového. Tělesa byla sledována ve zjednodušených laboratorních podmínkách Ústavu techniky prostředí Fakulty strojní ČVUT v Praze.

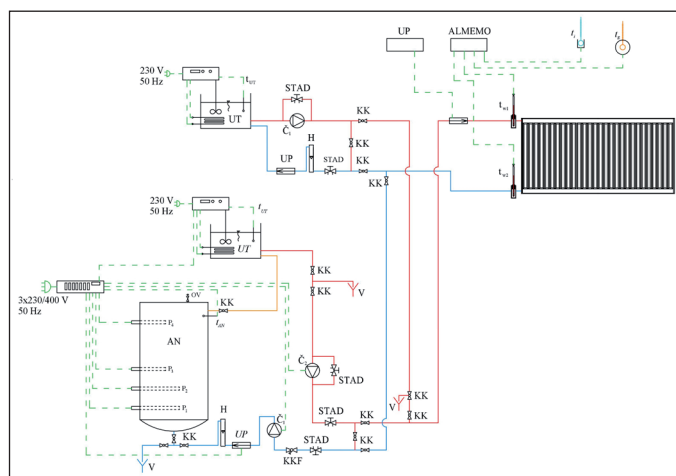
Zásadní rozdíl oproti dříve prezentovaným výsledkům (např. [1], [2]) spočívá v tom, že je nabídnut ucelený dynamický obraz předávání tepelného výkonu do prostoru při různých teplotních úrovních jak ve fázi náběhu, tak chladnutí. Tento unikátní záznam zachycený termovizní kamerou, spolu se stanovením statických vlastností pro různé průtoky a teplotní parametry, je zásadní pro vytvoření matematického modelu, který je stále velice obtížné sestavit pro taková otopná tělesa, jejichž chování nebylo předtím zaznamenáno.

Jsou zde nastíněny dva modelovací přístupy, jejichž postup je zcela odlišný. Prvním přístupem je tzv. *black-box* modelování, kdy se jedná o identifikaci (určení) parametrů dynamiky otopného tělesa pouze na základě reálně změřených dat bez jakékoli apriorní informace o fyzikálních závislostech otopného tělesa. Výsledkem takového modelu je diskrétní, příp. spojitý dynamický model, který je možno popsat diferenční, resp. diferenciální rovnicí.

Druhým přístupem je tzv. *white-box* modelování, kdy se otopné těleso modeluje pouze na základě fyzikálních zákonitostí a kdy lze experimentálních, reálně změřených dat využít zcela minimálně. V našem případě se jedná o sestavení kalorimetrické rovnice v nestacionárním tvaru, kdy

je místo střední teploty vody dosazována střední teplota povrchu otopného tělesa zjišťovaná právě termovizní technikou.

Obě modelovací techniky přináší mnohá úskalí, problémy plynou např. z rozdílného chování otopného tělesa při náběhu (zátopu) a při jeho chladnutí. Každý z přechodových dějů je charakteristický svou přechodovou křivkou, tzn. závislostí změny výkonu (resp. změny povrchové teploty v případě využití termovizní kamery) na čase. Zatímco pro chladnutí otopných těles je typický průběh křivky dynamiky systému prvního řádu, a je tak relativně snadno matematicky popsatelný [3], pro náběh je situace mnohem složitější. Dynamika systému vykazuje chování vyššího řádu než prvního, což je způsobeno samotným principem děje náběhu, kdy se mnoho veličin, při chladnutí konstantních, stává proměnnými.



Obr. 1 Schéma zapojení měřicí trati se dvěma nezávislými zdroji tepla pro zajištění skokové změny vstupní teploty vody do otopného tělesa

Fig. 1 Connection diagram of the measured setup with two independent heat sources to provide a step change of the water temperature at the inlet to the radiator

Veškeré záznamy byly snímány termovizní kamerou Flir ThermaCam T460. Experimentální měření nebylo prováděno primárně za účelem zjištění absolutních hodnot tepelných výkonů, jak tomu většinou bývá, ale především za účelem porovnání dynamické odezvy zvolených druhů otopných těles a porovnání chování v různých fázích teplotního spektra, kdy získané hodnoty slouží dále pro sestavení matematického modelu.

SCHÉMA MĚŘENÍ

Obr. 1 prezentuje základní schéma zapojení se dvěma zdroji tepla, které je nezbytné pro zajištění (kvazi)skokové změny teploty vstupní otopné vody. Jeden ze zdrojů (ultratermostatů) je navíc průtočně propojen s akumulací nádobou pro zvýšení teplotní stability při zásobování otopného tělesa. V akumulaci nádobě jsou rovněž dodatečné elektrické topné patrony. Nejprve byl na obou okruzích zdrojů zapojených v by-passu nastaven průtok odpovídající jmenovitým podmínkám udávaným výrobcem tělesa a veškeré změny teplot pak byly prováděny za tohoto konstantního průtoku. Reakce tělesa na změnu průtoku (měřeno pouze deskové otopné těleso) pak byla zjišťována v jiné konfiguraci měřicí trati, pouze s jedním zdrojem tepla, kdy změny průtoku probíhaly naopak při konstantní teplotě vstupní otopné vody a tyto úrovně teplot byly postupně měněny.

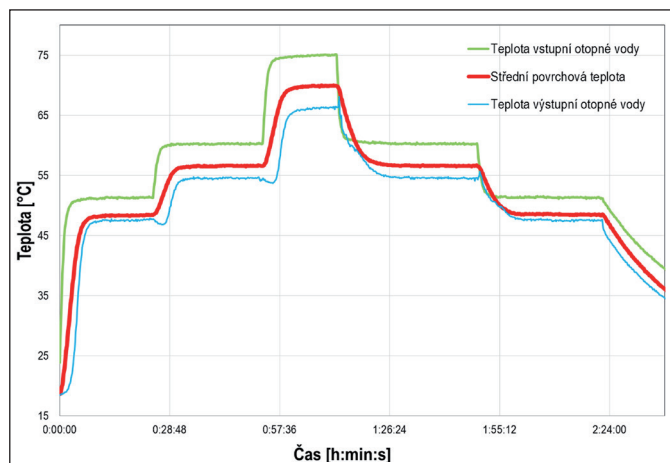
V bodě, kde se přírodní potrubí od obou ultratermostatů stýkají, je ručně ovládaným kulovým kohoutem zajišťována požadovaná skoková změna teploty. Za účelem minimálního poklesu teploty při změně napájecího zdroje tepla byl doplněn i vypouštěcí kohout těsně před směšovací bodem. Průtok byl měřen ultrazvukovými průtokoměry se zajištěním dostatečné směšovací a uklidňovací délky potrubí s tím, že případné korekce průtoku byly prováděny podle hlavního průtokoměru, jednotného pro oba zdroje tepla, umístěného na společném potrubí před otopným tělesem. Dále pak byly sledovány teploty na vstupu a výstupu z otopného tělesa s cílem vyhodnotit ustálený stav.

V praxi sice není běžné, aby se teplota vody vstupující do tělesa měnila skokově, ale v laboratorních podmínkách je to jediný možný způsob, jak zajistit změnu parametrů, kterou jsme schopni následně matematicky popsat či vyhodnotit. Přestože není laboratorní vybavení ideální, podařilo se téměř skokovou změnu vstupní teploty zajistit, a lze tak nejen sledovat dynamiku těles v různých fázích teplotního spektra, ale hlavně sestavovat modely chování, kde je nezbytným parametrem dopravní zpoždění, které přeneseně vyjadřuje již zmíněnou tepelnou setrvačnost. Tato kompletní měření byla provedena jednak pro deskové otopné těleso typu 10 o rozměrech 500 × 1000 mm, ale také pro litinové článkové otopné těleso s deseti články o hloubce 110 mm a přípojovací rozteči 500 mm.

VYHODNOCENÍ ZMĚŘENÉHO PRŮBĚHU DYNAMIKY OTOPNÝCH TĚLES

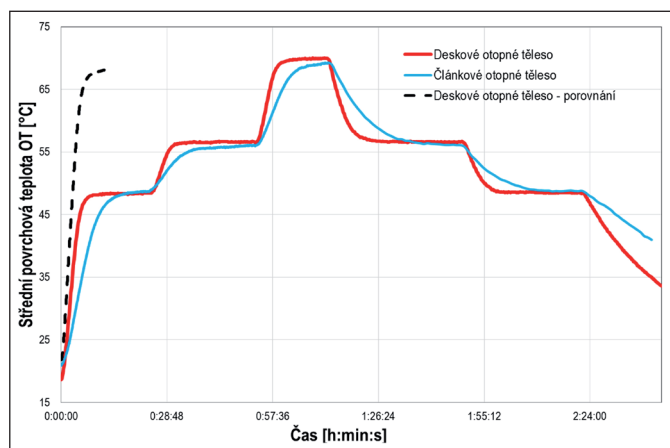
Jak už bylo uvedeno výše, průběhy dynamiky otopného tělesa, které jsou nabídnuty na obr. 2 a 3, jsou jedinečné tím, že se nejedná pouze o jednoduchý náběh mezi dvěma ustálenými stavy, nýbrž během náběhu dojde k celkově třem ustálením. Při konstantním průtoku byla tedy měněna teplota vstupní vody nejprve na 50, dále na 60 a nakonec na jmenovitých 75 °C.

V rámci experimentu bylo sledováno i chladnutí, které však nebylo primárním účelem zkoumání. Záznam procesu chladnutí byl zpravidla ukončen dříve, než došlo k úplnému ustálení na okolní teplotu. Na obr. 2 je znázorněno chování deskového tělesa, kdy byl zařazen nejen průběh střední povrchové teploty celého otopného tělesa, ale i teploty vody vstupní a výstupní. Je zřetelné, že změny vstupní teploty se sku-



Obr. 2 Provozní dynamické chování deskového otopného tělesa typ 10 – 500 × 1000 s jednostranným připojením shora dolů

Fig. 2 Operating dynamic behaviour of panel radiator type 10 – 500 × 1000 with single-sided top-to-bottom connection



Obr. 3 Porovnání provozních charakteristik článkového a deskového otopného tělesa s jednostranným připojením shora dolů

Fig. 3 Comparison of the operating characteristics of the sectional and panel radiator with single-sided top-to-bottom connection

tečně podařilo realizovat téměř skokově. Na rozdíl od teploty výstupní, kde došlo vlivem manipulace s měřicí trati ke krátkodobému zanedbatelnému poklesu. Tento pokles v jednom bodě měření však nemá zásadní vliv na střední povrchovou teplotu tělesa.

Obr. 3 nabízí zajímavé přímé porovnání odezvy zmíněného deskového tělesa s litinovým článkovým otopným tělesem (10 čl. 500/110) na skokové změny teploty vstupní vody. Pod těmito teplotními skoky si lze představit například postupnou kvalitativní regulaci za provozu otopného tělesa. Pro názornost je doplněna i charakteristika téhož deskového otopného tělesa, které však na konečnou teplotní úroveň nabíhá v jednom kroku (vyznačeno čárkovaně).

Z grafu vyplývá poměrně zásadní zjištění týkající se dynamiky v různých fázích teplotního spektra provozu otopných těles. Je zde zřejmý rozdíl mezi dynamikou obou druhů těles, který je dán zjevně větší tepelnou kapacitou litinového tělesa. Tento fakt je známý a má vliv na způsob regulace jednotlivých druhů otopných ploch. Zajímavým poznatkem je vliv rozdílu teplot vstupní otopné vody a střední teploty vody v tělese na jeho tepelnou setrvačnost. Ukázalo se, že čím je tento rozdíl větší, tím rychleji se procesy odehrávají. Tento fakt je potvrzen trendem ve všech částech provozního spektra. Lze jej nejlépe popsat s použitím časové

konstanty, jejíž hodnota je největší pro teplotní změnu z 50 na 60 °C (3 min) a nejmenší naopak pro změnu z teploty okolí na 75 °C (2 min 45 s). Přestože jsou rozdíly velmi malé a citlivé na řádné vyhodnocení a nepozorujeme takový vliv, jaký má samotná tepelná kapacita těles, je třeba mít tento fakt při modelování chování na zřeteli.

Člankové těleso vykazuje pro náběh časovou konstantu od 5 minut a 40 sekund do cca 6 minut. Po tomto zjištění lze konstatovat, že na tepelnou dynamiku těles nemá teplota vratné vody ani návrhový teplotní spád sám o sobě tak zásadní vliv jako právě výše uvedený rozdíl teplot vody při změně požadavku na tepelný výkon. Rychlost změny tepelného stavu závisí především na vlastní tepelné kapacitě tělesa a rovněž na průtoku otopné vody. Jednotlivá měření přinesla potřebná data pro sestavení modelu chování těles. V rámci toho bylo nutné zmapovat stavy tělesa i pro různé průtoky teplotnosné látky. Vznikly tak tzv. statické charakteristiky (obr. 4), ze kterých mj. vyplývá potvrzení velmi praktického poznatku, že regulace kvalitativní, tj. změnou teploty otopné vody, je násobně účinnější než regulace kvantitativní.

REGULACE TEPELNÉHO VÝKONU

Vyvstává otázka, jakých teplot, ochlazení a průtoků se máme snažit dosáhnout? Základní předpoklady, jako je použití kondenzační techniky, tepelného čerpadla, dosažení tepelné pohody včetně optimálního teplotního a rychlostního pole ve vytápěném prostoru, určují orientaci stran návrhu teplotní úrovně, resp. teplotních parametrů u otopných těles. Otázka ohledně správné míry ochlazení a optimálního průtoku nemůže být zcela univerzálně zodpovězena, neboť každá otopná soustava, vzhledem ke svému zdroji tepla a druhu potrubní sítě, a každá otopná plocha, vzhledem ke způsobu sdílení tepla do vytápěného prostoru, vyžaduje individuální přístup.

Cílem je však vždy zařízení, které funguje efektivně, což zajišťuje nejen jeho vhodný návrh, ale především regulace. Zatímco regulace zdroje tepla a otopné soustavy probíhá většinou kvalitativně změnou teploty teplotnosné látky, místní regulace otopného tělesa je zajišťována kvantitativně změnou průtoku, a následně tedy změnou ochlazení vody v tělese (změna střední povrchové teploty otopného tělesa). Vztah mezi střední teplotou otopného tělesa a průtokem lze přímo vysledovat z diagramu na obr. 4 a). Je zřejmé, že změnou průtoku teplotnosné látky nedochází k efektivnímu zvýšení střední povrchové teploty, resp. tepelného výkonu.

Výrobci termostatických regulačních ventilů mohou tento efekt charakteristikou ventilu kompenzovat pouze částečně. Principiálně bychom však měli volit takové parametry, které zajistí, že určitá změna průtoku

vyvolá stejnou změnu tepelného výkonu. Je tak třeba soustředit se na vliv teploty přírodní vody. Z obr. 4 b) je zcela zřejmé, že v podstatě pro libovolný průtok dochází k téměř (ve skutečnosti se jedná o exponenciální funkci) lineárnímu nárůstu tepelného výkonu tělesa se zvyšující se teplotou otopné vody. V případě kombinace kvalitativní a kvantitativní regulace hovoříme o tzv. sdružené regulaci.

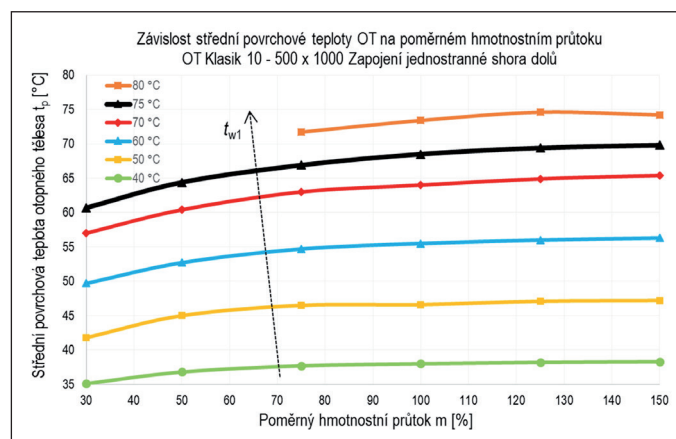
Můžeme konstatovat, že pokud je naším cílem linearita mezi průtokem a tepelným výkonem, je výhodnější co nejnižší teplota přírodní vody do tělesa. Neboli čím více se teplota přírodní vody do tělesa blíží teplotě vnitřního vzduchu, tím je závislost mezi průtokem a tepelným výkonem lineárnější. Nízká projektovaná teplota přírodní vody je tak z hlediska optimalizace provozu příznivější.

Na zlepšení linearitu při regulaci změnou průtoku se lze dívat i optikou teplotního spádu. V projektu se teplotní spád většinou volí s ohledem na hydrauliku, resp. na velikost tlakových ztrát a s nimi související příkon oběhového čerpadla. Teplotní spád je však třeba zvážit i s ohledem na regulační chování otopných těles. Čím větší je teplotní spád, tím více se přibližujeme k lineární závislosti mezi průtokem a tepelným výkonem. Mezní hranice ochlazení je určena teplotou vnitřního vzduchu, neboť teplota vratné vody může být minimálně rovna teplotě vzduchu vytápěného prostoru. V takovém případě by však teplosměnná plocha otopných těles musela být nekonečně veliká.

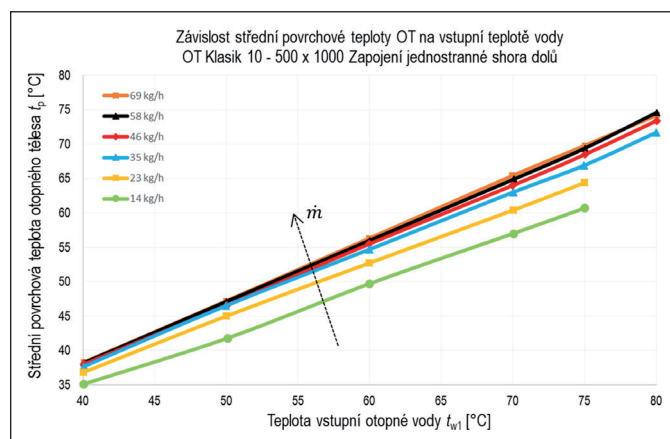
Na základě rozboru výše uvedeného, ve smyslu efektivního provozování otopné plochy a optimálního příkonu oběhového čerpadla, lze doporučit teplotu přírodní vody v rozmezí od 50 do 65 °C a teplotní spád od 15 do 20 K. Závěry nás tak přímo vybízejí k využívání kondenzační techniky, obnovitelných zdrojů tepla a tepelných čerpadel. Je omylem se domnívat, že do nízkoteplotních otopných soustav patří pouze podlahové a stěnové vytápění. Otopné soustavy s otopnými tělesy lze při dnešních tepelně-technických vlastnostech obvodových konstrukcí bez problémů navrhovat jako nízkoteplotní, aniž bychom měli problémy s velikostí otopných těles. Více o teorii kvalitativní a kvantitativní regulace viz např. [4].

MODELY PRŮBĚHU DYNAMIKY DESKOVÉHO OTOPNÉHO TĚLESA

V rámci dlouhodobého výzkumu je snaha o vytvoření univerzálního modelu poskytujícího přehled o dynamice různých druhů a typů otopných ploch. Z důvodu jejich veliké rozmanitosti se však ukazuje, že takový model je velmi obtížné sestavit. Matematické modely chování otopných těles byly vytvořeny v prostředí Matlab-Simulink, kde bylo využito dvou modelovacích technik *black-box* model a *white-box* model.



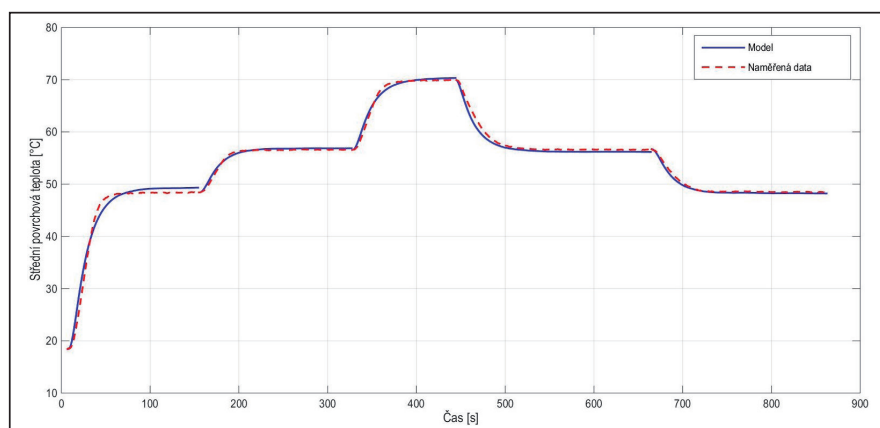
a)



b)

Obr. 4 Změna parametrů s vlivem na změnu střední povrchové teploty deskového otopného tělesa 10 – 500 × 1000: a) kvantitativní; b) kvalitativní

Fig. 4 Change of parameters influencing the change of the mean surface temperature of the panel radiator 10 – 500 × 1000: a) quantitative; b) qualitative



Obr. 5 Black-box model provozního chování deskového otopného tělesa 10 – 500 × 1000

Fig. 5 Black-box model of the operating behaviour of the panel radiator 10 – 500 × 1000

Diskrétní black-box model

Rovnice diskrétního dynamického systému pro model otopného tělesa může být zapsána následujícími diferenční rovnicí:

$$t_p(k+1) = a \cdot t_p(k) + b \cdot t_{w1}(k) \quad (1)$$

kde je:

$t_p(k)$ střední povrchová teplota tělesa v čase k ,

$t_{w1}(k)$ teplota vstupní otopné vody v čase k ,

a parametr udávající konstantu chladnutí otopného tělesa,

b parametr udávající vliv teploty vstupní otopné vody na střední povrchovou teplotu tělesa.

V našem případě má model (1) vzorkovací periodu 10 s, tedy mezi časy k a $k+1$ uplyne 10 sekund.

Identifikace diskrétního dynamického modelu (1) na základě změřených dat byla provedena identifikací ARX modelu [5]. Metoda spočívá v minimalizaci střední kvadratické chyby odhadované střední povrchové teploty $t_p(k)$ a reálně změřené teploty.

Na obr. 5 je znázorněno porovnání získaného matematického modelu (1) a reálně změřeného průběhu, kde je maximální odchylka od naměřených hodnot do 5 %.

Model (1) je nejjednodušší možný dynamický model – model prvního řádu. Pro zpřesnění matematického modelu je možné využít aproximaci druhého řádu, kde by se odchylka zmenšila na 2 %. Nicméně tento model vyžaduje pro své analytické řešení složitější matematické vyjádření a komplexnější návrh regulátorů a odchylka 5 % je pro další účely návrhu regulátorů otopného tělesa dostačující, a tedy další zpřesnění matematického modelu aproximací druhým řádem již není potřeba.

White-box model

White-box model je založen na fyzikálních zákonitostech a při modelování se téměř nevyužívá reálně změřených dat (až na jakési úvodní měření či zjišťování konstant). Matematický model otopného tělesa je založen na kalorimetrické rovnici:

$$(m_{ot} \cdot c_{ot} + m_w \cdot c_w) \frac{dt_p}{d\tau} = M_w \cdot c_w \cdot (t_{w1} - t_{w2}) - U \cdot S_L \cdot (t_p - t_{okolí}) \quad (2)$$

kde na levé straně dominuje tepelná kapacita tělesa spolu s vodní náplní a změna střední povrchové teploty a na straně pravé rozdíl tepla

přivedeného v otopné vodě a tepla sdíleného přes teplosměnnou plochu do okolí tělesa.

Bohužel tento model obsahuje mnoho neznámých, a je třeba je nalézt úvodním měřením. Některé hodnoty, obsažené především v součiniteli prostupu tepla U , jsou však i nadále velmi obtížně zjistitelné, a lze je stanovit v podstatě pouze na základě empirických poznatků, což zásadně komplikuje zobecnění modelu. Rovnice (2) je podobně jako u *black-box* modelu modelem prvního řádu, s tím rozdílem, že model (2) je nelineární (koeficient U závisí nelineárně na teplotě povrchu otopného tělesa). Práce s nelineárním modelem je složitější a pro další návrhy regulátorů je tento model obtížně aplikovatelný. Matematický model (2) je však možné linearizovat v okolí vhodně zvoleného pracovního bodu a vytvořit tak model linearizovaný, který už je možné využít pro návrh regulátorů. Nelineární *white-box* model zde proto ponecháváme zatím pouze jako jeden z možných přístupů, výsledky simulace *white-box* modelu a porovnání s *black-box* modelem a reálnými daty budou cílem další práce.

ZÁVĚR

V současnosti neexistuje spolehlivá metodika pro hodnocení dynamického chování různých druhů a typů otopných těles. Cílem je nalezení takového způsobu vyhodnocování, který by byl aplikovatelný na více druhů otopných těles a napomohl tím ke zvýšení efektivity jejich provozu. Cílem článku bylo seznámit čtenáře s možnostmi modelování otopných těles, resp. soustav. Byly nastíněny dva přístupy modelování, *black-box* a *white-box* modelování. *Black-box* model byl vytvořen jako dynamický na základě reálně změřených dat identifikací parametrů ARX modelu. Ukazuje se, že dynamický model prvního řádu je postačující pro další práci s deskovým otopným tělesem, zejména pro návrh regulátorů.

Předmětem budoucího výzkumu bude zobecnění matematických modelů pro různá otopná tělesa. Matematický model otopného tělesa by bylo možné vytvořit na základě katalogových parametrů výrobce a dále zpřesnit na základě reálně změřených dat. Tyto matematické modely je pak možné dále využít pro predikci chování při různých provozních stavech a posléze využít k návrhu regulace.

Kontakt na autora: jindrich.bohac@fs.cvut.cz

Použité zdroje:

- [1] BOHÁČ, J., BAŠTA, J.: Dynamické chování otopných těles s ohledem na regulační zásah. *Konference vytápění Třeboň 2013*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2013, s. 120–124. ISBN 978-80-02-02431-6.
- [2] BAŠTA, J., ŠIMEK, J., VAVŘÍČKA, R.: Dynamické chování deskových otopných těles. *Vytápění, větrání, instalace*. 2008, roč. 17, č. 3, s. 129–134. ISSN 1210-1389.
- [3] JANČÍK, L., BAŠTA, J.: Posouzení dynamického chování otopných těles termografickou metodou. *5. Konference simulace budov a techniky prostředí SBTP'08*. Brno: IBPSA-CZ, 2008, s. 45–49. ISBN 978-80-254-3373-7.
- [4] BAŠTA, J.: Regulace v technice prostředí staveb. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2014. ISBN 9788001054550.
- [5] HAVLENA, V., ŠTECHA, J.: Moderní teorie řízení. Skripta ČVUT, Praha 1994.
- [6] BRAUN, J., CHATURVEDI, N.: An inverse gray-box model for transient building load prediction. *HVAC and Research*. 2002, vol. 8 (1), p. 73–99.
- [7] XU, B., FU, L., DI, H.: Dynamic simulation of space heating systems with radiators controlled by TRVs in buildings. *Energy and Buildings*. 2008, vol. 40, p. 1755–1764. DOI: 10.1016/j.enbuild.2008.03.004