

Ing. Miroslav PETRÁK, Ph.D.
Güntner AG & Co. KG,
organizační složka

Modelování klimatických dat

Simulation of Climate Data

Recenzent
Prof. ing. František Drkal, CSc.

V řadě případů se při modelování technologických procesů nelze spokojit s průměrnými denními teplotami venkovního vzduchu, ale jsou nutné teploty hodinové. Nejsou-li k dispozici, nabízí článek dvě metody jejich odvození z publikovaných údajů.

Klíčová slova: teplota venkovního vzduchu, četnost teplot, vlhkost vzduchu

The average daily air temperature is insufficient for precise simulation of technology processes in many cases and hourly air temperatures are necessary. If they are not available, two methods of their derivation from published climate data are presented and discussed.

Klíčová slova: outdoor air temperature, temperature frequency, air humidity

Parametry celé řady technologických procesů závisí na venkovních klimatických podmínkách. Zatímco pro modelování těchto procesů často postačují průměrné denní teploty vzduchu (např. ve vytápění), je pro chladicí techniku nutná znalost hodinových teplot, aby bylo možné v modelu postihnout špičkové letní podmínky, a výsledky tak měly dobrou vypovídací schopnost.

HODINOVÉ TEPLITY VZDUCHU

Chladicí zařízení musí dobře pracovat i při těch nejnepríznivějších podmínkách. Proto se navrhuje na maximální letní teploty – v našich podmínkách běžně na teplotu vzduchu 32 °C nebo v souvislosti s častými horkými léty v poslední době na teplotu 35 °C. Při rozboru klimatických dat ale průměrná denní teplota vzduchu i v extrémně horkém létě sotva překročí 30 °C. Kromě toho provoz chladicího zařízení bývá větší během pracovní doby než v noci, a zařízení tak pracuje za teplot vzduchu výrazně vyšších, než jsou denní průměry. Z toho je patrné, že pro detailní simulace v chladicí technice nejsou průměrné denní teploty vzduchu dostatečné.

Hodinové teploty vzduchu nejsou snadno dostupné, protože nebývají publikovány. Pokud jsou měřeny a zaznamenány, lze je zakoupit. To ale představuje nemalé náklady, zejména uvažujeme-li, že pro vyloučení extrémně teplého nebo naopak extrémně chladného roku je dobré simulace zakládat na klimatických datech za delší období. Nejsou-li hodinová data k dispozici, je možné postupovat následovně.

Relativně dobře jsou pro každý den dostupná tato data:

- průměrná denní teplota ($\bar{t}$) a maximální a minimální teplota vzduchu během dne ($t_{\max}$ a $t_{\min}$) a/nebo
- teplota vzduchu v 7, 14 a 21 h (t_7 , t_{14} , t_{21}).

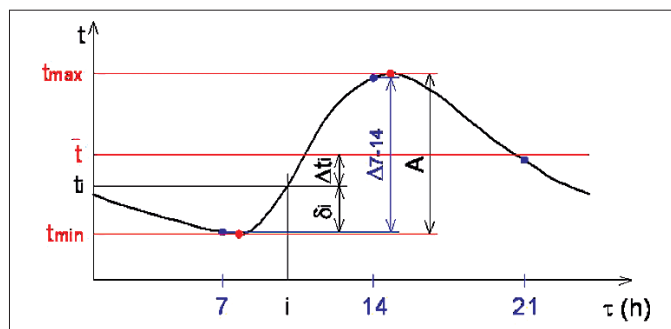
Tyto hodnoty jsou spolu svázány závislostí

$$\bar{t} = \frac{t_7 + t_{14} + 2 \cdot t_{21}}{4} \quad (1)$$

Maximální a minimální denní teploty vzduchu $t_{\max}$ a $t_{\min}$ se měří extrémním teploměrem a nemusejí nastat přesně v celou hodinu. Pro další účely bude zaveden jejich rozdíl (dvojnásobná amplituda)

$$A = t_{\max} - t_{\min} \quad (2)$$

Na obr. 1 je znázorněn typický průběh teploty vzduchu během dne. Známa data jsou znázorněna barevně: červeně data podle bodu a), tj. průměrná

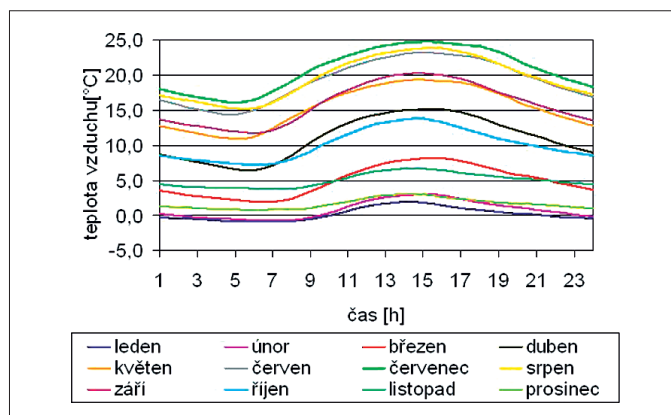


Obr. 1 Typický průběh venkovní teploty vzduchu

denní teplota vzduchu a minimální a maximální denní teploty vzduchu; modře teploty ve třech denních časech podle bodu b).

První možnost odhadu hodinových teplot vzduchu se nabízí z obrázku: pokud bychom znali „obvyklou“ diferenci Δt_i mezi teplotou vzduchu t_i v čase (hodině) i a průměrnou denní teplotu $\bar{t}$, můžeme ji aplikovat na známé průměrné denní teploty vzduchu podle bodu a), a generovat tak průběh teploty vzduchu během dne.

K získání difference Δt_i je možné využít teplotní průběhy podle obr. 2 znázorňující typický průběh teploty vzduchu v jednotlivých měsících. Pro každou křivku se nejprve stanoví průměrná denní teplota podle (1) a následně se spočítá hledaná teplotní diference Δt_i pro každou hodinu v jednotlivých měsících. Z obrázku je patrné, že amplituda teploty vzduchu s rostoucí délkou slunečního svitu narůstá. Amplituda není konstantní, i během měsíce je značně proměnlivá. Předpokládáme-li ale každý den obdobný ideální průběh teploty vzduchu, pouze roztažený



Obr. 2 Typické průběhy venkovní teploty vzduchu v jednotlivých měsících (vyplývá z [1])

Tab. 1: Koeficienty $\Delta t_i / \bar{A}$

Měsíc	Hodina																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
I	-0,13	-0,15	-0,19	-0,20	-0,22	-0,23	-0,22	-0,22	-0,18	-0,08	0,05	0,18	0,28	0,31	0,28	0,22	0,13	0,08	0,03	-0,01	-0,05	-0,09	-0,12	-0,15
II	-0,13	-0,18	-0,21	-0,24	-0,26	-0,29	-0,30	-0,30	-0,23	-0,10	0,06	0,20	0,30	0,35	0,37	0,34	0,25	0,15	0,09	0,03	-0,03	-0,09	-0,15	-0,20
III	-0,21	-0,26	-0,30	-0,35	-0,38	-0,41	-0,41	-0,36	-0,23	-0,07	0,08	0,20	0,30	0,36	0,39	0,39	0,34	0,25	0,17	0,09	0,03	-0,06	-0,13	-0,19
IV	-0,24	-0,30	-0,35	-0,40	-0,44	-0,45	-0,39	-0,25	-0,08	0,08	0,19	0,28	0,34	0,37	0,38	0,38	0,34	0,27	0,17	0,09	0,01	-0,07	-0,15	-0,22
V	-0,27	-0,33	-0,38	-0,43	-0,46	-0,43	-0,32	-0,16	-0,02	0,11	0,19	0,28	0,33	0,36	0,37	0,35	0,34	0,27	0,18	0,07	-0,02	-0,12	-0,20	-0,27
VI	-0,30	-0,37	-0,43	-0,49	-0,51	-0,45	-0,33	-0,19	-0,05	0,06	0,15	0,24	0,30	0,35	0,36	0,35	0,33	0,28	0,21	0,09	-0,01	-0,10	-0,18	-0,26
VII	-0,29	-0,36	-0,41	-0,45	-0,48	-0,44	-0,33	-0,18	-0,04	0,08	0,17	0,24	0,30	0,34	0,35	0,34	0,32	0,29	0,21	0,10	-0,01	-0,10	-0,19	-0,27
VIII	-0,26	-0,31	-0,36	-0,41	-0,44	-0,45	-0,37	-0,22	-0,06	0,09	0,20	0,28	0,35	0,39	0,42	0,42	0,37	0,30	0,20	0,08	-0,01	-0,10	-0,18	-0,25
IX	-0,22	-0,27	-0,32	-0,36	-0,39	-0,42	-0,39	-0,26	-0,09	0,07	0,20	0,29	0,37	0,41	0,42	0,40	0,34	0,26	0,16	0,07	-0,01	-0,10	-0,17	-0,24
X	-0,21	-0,25	-0,29	-0,32	-0,34	-0,36	-0,35	-0,27	-0,14	0,03	0,17	0,29	0,38	0,43	0,43	0,37	0,28	0,19	0,09	0,02	-0,04	-0,10	-0,15	-0,20
XI	-0,14	-0,18	-0,21	-0,24	-0,26	-0,27	-0,27	-0,26	-0,19	-0,08	0,06	0,19	0,27	0,31	0,31	0,25	0,18	0,12	0,06	0,01	-0,02	-0,06	-0,11	-0,14
XII	-0,11	-0,14	-0,18	-0,20	-0,21	-0,22	-0,21	-0,20	-0,16	-0,05	0,07	0,19	0,29	0,31	0,30	0,22	0,14	0,08	0,01	-0,02	-0,05	-0,09	-0,13	-0,16

nebo zúžený podle skutečně naměřené amplitudy, pak pro teplotu vzduchu v hodině i během dne j platí:

$$t_{i,j} = \bar{t}_j + \frac{A_j}{A} \cdot \Delta t_i \quad (3)$$

kde $\bar{A}$ je průměrný rozdíl maximální a minimální teploty vzduchu nominálního průběhu, z něhož byly stanoveny difference Δt_i . Ty tak lze navzájem vztáhnout a udávat je jako relativní hodnoty $\Delta t_i / A$ (viz tab. 1).

Z rozboru klimatických dat ovšem vyplývá, že ne každý den má ideální průběh teploty vzduchu. S přechodem studených a teplých front spojené ochlazení a oteplení způsobuje, že teplota vzduchu na konci dne neodpovídá teplotě na jeho počátku a/nebo odpoledne je chladnější než dopoledne. Tyto anomálie se nedají metodou založenou na ideálním denním průběhu teploty vzduchu postihnout.

Nabízí se proto druhá možnost: použitím známých teplot v 7, 14 a 21 h (bod b) rozdělit den do kratších úseků a teplotní změny popsat pouze v rámci tohoto úseku. Označíme-li absolutní změnu teploty k počátku úseku δ , resp. relativní hodnotu vztahovanou na teplotní rozsah Δ příslušného úseku jako δ/Δ (viz obr. 1), lze stanovit teplotu vzduchu v příslušném úseku v hodině i během dne j jako

$$t_i = t_{\text{počáteční v úseku}} + \frac{\delta_i}{\Delta} \cdot (t_{\text{konečná v úseku}} - t_{\text{počáteční v úseku}}) \quad (4)$$

tj. známými teplotami v 7, 14 a 21 h jako mezi půlnocí a 7. hodinou ranní

$$t_{i,j} = t_{21,j-1} + \frac{\delta_i}{\Delta_{21-7}} \cdot (t_{7,j} - t_{21,j-1}) \quad (4a)$$

mezi 7. a 14. hodinou

$$t_{i,j} = t_{7,j} + \frac{\delta_i}{\Delta_{7-14}} \cdot (t_{14,j} - t_{7,j}) \quad (4b)$$

mezi 14. a 21. hodinou

$$t_{i,j} = t_{14,j} + \frac{\delta_i}{\Delta_{14-21}} \cdot (t_{21,j} - t_{14,j}) \quad (4c)$$

mezi 21. hodinou a půlnocí

$$t_{i,j} = t_{21,j} + \frac{\delta_i}{\Delta_{21-7}} \cdot (t_{7,j+1} - t_{21,j}) \quad (4d)$$

Relativní teplotní rozdíly δ/Δ jsou uvedeny v tab. 2.

V porovnání s první metodou přináší druhá určitá vylepšení: hodnoty na začátku dne navazují plynule na hodnoty z předchozího dne; lze zvládnout situace, kdy teplota vzduchu se mění proti „normálnímu“ trendu (např. ve 14 h je chladnější než v 7 h). Navíc jsou každý den použity tři skutečně změřené teploty, tzn. 3/24 tj. 12,5 % výstupních hodnot je zcela přesných. Ani tato metoda ale není zcela bez problémů, neboť teplota vzduchu někdy vykazuje velmi komplikovaný průběh.

Aplikací popsaných metod na příslušná výchozí data (podle bodu a) nebo b)) se získá model hodinových teplot vzduchu. Model byl validován porovnáním četností teplot podle modelů s četností podle skutečně naměřených hodinových teplot Českým hydrometeorologickým ústavem. Pro validaci byly použity údaje pro Prahu Karlov z let 2003 až 2007 a pro Ondřejov z let 2007 a 2008. K ověření stability, tj. schopnosti spolehlivě modelovat data v libovolném časovém úseku, byly vedle ročních hodnot sledovány i kratší úseky, a to od 7 do 14 h, od 15 do 22 h a od 23 do 6 h (dělení přibližně odpovídá časovému rozdělení pracovních směn) a od 1. května do 30. září od 8 do 19 h (jako období klimatizace). Porovnávány byly hodnoty jednak pro každý rok samostatně, dále dvouleté průměry a v případě Prahy Karlov i tříleté a pětileté průměry.

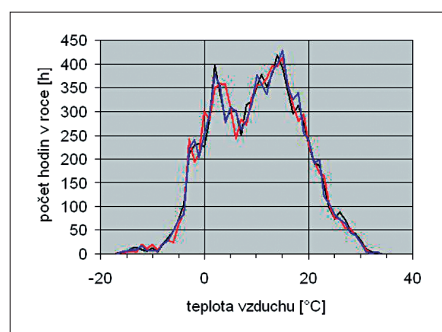
Pro zpracování a vyhodnocení tak rozsáhlého množství dat je nutné použít metody statistiky a statistické analýzy. Vhodnost náhrady výchozích dat matematickým modelem (regresi) popisuje podle [6] korelační koefi-

Tab. 2: Koeficienty δ/Δ

Měsíc	Hodina																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
I	0,53	0,60	0,69	0,73	0,85	0,92	0,00	0,05	0,10	0,28	0,53	0,74	0,93	0,00	0,12	0,28	0,51	0,64	0,72	0,87	0,00	0,16	0,27	0,40
II	0,48	0,62	0,69	0,78	0,87	0,95	0,00	0,02	0,15	0,35	0,53	0,74	0,87	0,00	0,08	0,18	0,33	0,55	0,69	0,86	0,00	0,18	0,29	0,37
III	0,55	0,66	0,76	0,87	0,93	0,98	0,00	0,08	0,26	0,47	0,64	0,80	0,92	0,00	-0,06	-0,02	0,12	0,36	0,55	0,78	0,00	0,20	0,30	0,42
IV	0,66	0,79	0,91	1,03	1,13	1,16	0,00	0,18	0,40	0,59	0,73	0,85	0,92	0,00	-0,01	0,00	0,10	0,26	0,49	0,76	0,00	0,21	0,39	0,55
V	0,90	1,06	1,19	1,30	1,37	1,33	0,00	0,24	0,43	0,60	0,73	0,83	0,92	0,00	-0,02	0,05	0,11	0,21	0,43	0,74	0,00	0,29	0,52	0,70
VI	0,97	1,13	1,26	1,40	1,42	1,31	0,00	0,21	0,43	0,57	0,70	0,82	0,92	0,00	-0,02	0,01	0,05	0,17	0,35	0,66	0,00	0,34	0,52	0,73
VII	0,94	1,08	1,22	1,32	1,40	1,31	0,00	0,22	0,44	0,56	0,70	0,80	0,89	0,00	0,02	0,07	0,13	0,20	0,38	0,67	0,00	0,29	0,52	0,72
VIII	0,72	0,87	0,97	1,04	1,12	1,14	0,00	0,20	0,41	0,61	0,75	0,84	0,93	0,00	-0,04	-0,03	0,07	0,22	0,44	0,72	0,00	0,23	0,43	0,56
IX	0,61	0,74	0,83	0,92	1,01	1,06	0,00	0,17	0,37	0,56	0,70	0,82	0,93	0,00	0,00	0,04	0,16	0,34	0,58	0,80	0,00	0,21	0,38	0,51
X	0,58	0,69	0,79	0,84	0,91	0,97	0,00	0,10	0,27	0,50	0,67	0,81	0,92	0,00	0,02	0,15	0,35	0,53	0,73	0,89	0,00	0,19	0,33	0,45
XI	0,48	0,59	0,65	0,71	0,80	0,90	0,00	0,06	0,20	0,38	0,55	0,76	0,88	0,00	0,07	0,27	0,44	0,58	0,72	0,87	0,00	0,17	0,31	0,42
XII	0,45	0,54	0,60	0,67	0,77	0,89	0,00	0,07	0,14	0,34	0,55	0,72	0,89	0,00	0,11	0,30	0,50	0,58	0,71	0,88	0,00	0,15	0,29	0,37

Tab. 3 Korelační index

	Model na bázi průměrných denních teplot vzduchu a jejího denního minima a maxima					Model na bázi teplot v 7, 14 a 21 h				
	Celý rok	7 až 14 h	15 až 22 h	23 až 6 h	1.5. až 30.9. 8 až 19 h	Celý rok	7 až 14 h	15 až 22 h	23 až 6 h	1.5. až 30.9. 8 až 19 h
		celoročně					celoročně			
2003 Praha Karlov	0,9893	0,9762	0,9744	0,9839	0,9877	0,9905	0,9894	0,9798	0,9815	0,9930
2004 Praha Karlov	0,9879	0,9826	0,9846	0,9700	0,9929	0,9954	0,9902	0,9873	0,9902	0,9851
2005 Praha Karlov	0,9897	0,9853	0,9842	0,9756	0,9867	0,9911	0,9885	0,9820	0,9851	0,9860
2006 Praha Karlov	0,9888	0,9738	0,9664	0,9717	0,9883	0,9955	0,9867	0,9863	0,9861	0,9885
2007 Praha Karlov	0,9896	0,9886	0,9828	0,9817	0,9858	0,9959	0,9935	0,9861	0,9908	0,9842
2007 Ondřejov	0,9907	0,9756	0,9821	0,9808	0,9824	0,9897	0,9899	0,9882	0,9752	0,9869
2007 Ondřejov	0,9933	0,9857	0,9839	0,9830	0,9900	0,9938	0,9944	0,9889	0,9676	0,9918
2003-2004 Praha Karlov	0,9941	0,9914	0,9895	0,9868	0,9938	0,9963	0,9947	0,9920	0,9943	0,9943
2004-2005 Praha Karlov	0,9952	0,9922	0,9927	0,9861	0,9939	0,9964	0,9941	0,9913	0,9921	0,9937
2005-2006 Praha Karlov	0,9945	0,9893	0,9903	0,9823	0,9943	0,9963	0,9928	0,9933	0,9914	0,9950
2006-2007 Praha Karlov	0,9937	0,9892	0,9837	0,9864	0,9935	0,9980	0,9944	0,9917	0,9962	0,9918
2007-2008 Ondřejov	0,9951	0,9851	0,9893	0,9889	0,9906	0,9941	0,9961	0,9949	0,9759	0,9963
2003-2005 Praha Karlov	0,9971	0,9947	0,9948	0,9911	0,9944	0,9973	0,9959	0,9930	0,9949	0,9967
2004-2006 Praha Karlov	0,9963	0,9938	0,9951	0,9871	0,9958	0,9975	0,9949	0,9967	0,9946	0,9968
2005-2007 Praha Karlov	0,9969	0,9937	0,9917	0,9916	0,9955	0,9979	0,9961	0,9954	0,9958	0,9952
2003-2007 Praha Karlov	0,9981	0,9964	0,9957	0,9939	0,9966	0,9987	0,9973	0,9974	0,9974	0,9976



Obr. 3 Četnost hodinových teplot vzduchu pro Prahu Karlov v roce 2004: černě skutečně naměřená data; červeně podle modelu na bázi průměrné denní teploty a denního minima a maxima; modře podle modelu na bázi teplot v 7, 14 a 21 h

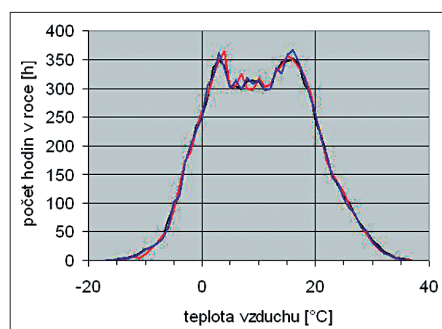
ent, jehož hodnoty se pohybují v rozsahu $<-1;+1>$, přičemž hodnota ± 1 představuje ideální náhradu (bez chyby). Druhá mocnina korelačního koeficientu se rovná spolehlivosti regrese. Hodnoty korelačních koeficientů porovnávaných dat jsou uvedeny v tab. 3.

Na ukázkou jsou některá porovnání znázor-

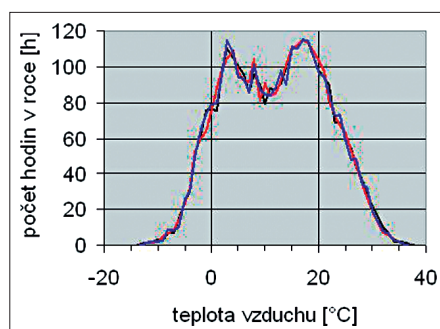
něna graficky. Pro velké množství dat jsou prezentována pouze porovnání pro Prahu Karlov, a to v obr. 3 pro jeden rok (zvolen 2004) jako celoroční průběh a v obr. 4a až 4e porovnání založená na pětiletém průměru z let 2003 až 2007. V těchto obrázcích jsou černě znázorněny skutečně naměřené hodnoty, červeně hodnoty generované první metodou založenou na průměrné denní teplotě vzduchu a extrémních denních teplotách a modře hodnoty generované druhou metodou z teplot v 7, 14 a 21 h.

Z obr. a tab. 3 je patrné, že:

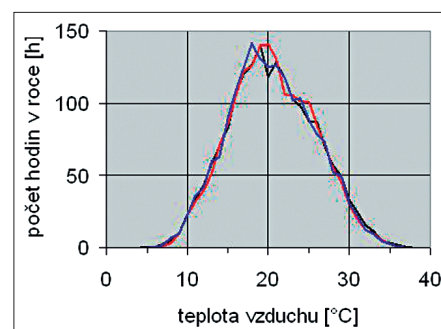
- spolehlivost modelů vzrůstá s délkou výchozího období (roční data jsou přesnější než za část roku, víceleté průměry jsou přesnější než za jeden rok atd.);
- model na bázi teplot vzduchu v 7, 14 a 21 h dává zpravidla mírně lepší výsledky než model na bázi průměrné denní teploty a denního minima a maxima, ale i ten poskytuje dostatečně spolehlivé hodnoty;



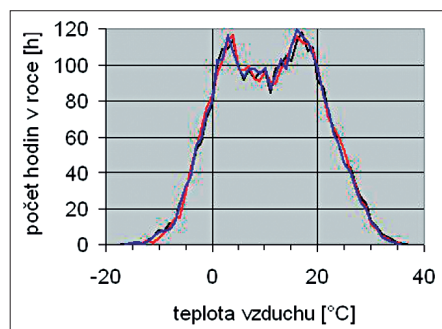
Obr. 4a



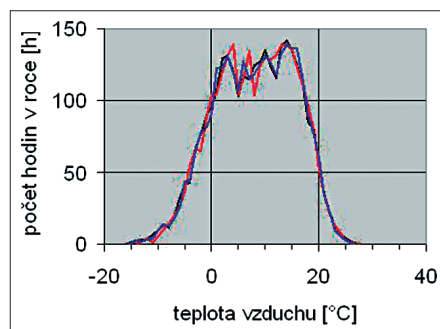
Obr. 4c



Obr. 4e



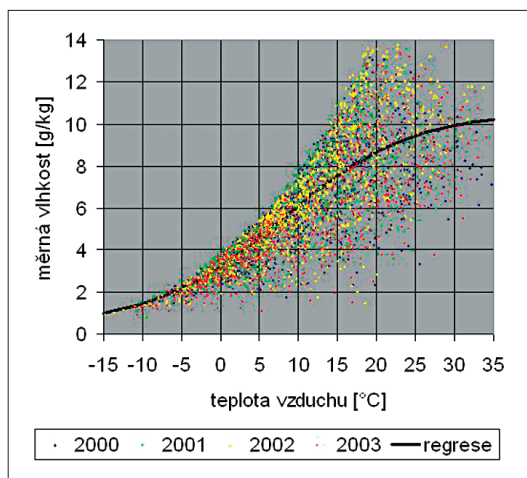
Obr. 4b



Obr. 4d

Obrázky 4a–4e: četnost hodinových teplot vzduchu pro Prahu Karlov z pětiletého průměru v letech 2003 až 2007 (černě skutečně naměřená data; červeně podle modelu na bázi průměrné denní teploty a denního minima a maxima; modře podle modelu na bázi teplot v 7, 14 a 21 h):

- roční průběh;
- 7 až 14 h celoročně;
- 15 až 22 h celoročně;
- 23 až 6 h celoročně;
- od 1. května do 30. září 8 až 19 h



Obr. 5
Porovnání
modelu
vlhkosti se
skutečně
naměřenými
hodnotami
v letech
2000 až 2003
(Praha)

- ☐ oba modely lze s dobrou spolehlivostí aplikovat i na jeden rok nebo jeho část.

VLHKOST VZDUCHU

V řadě případů je rovněž nutná znalost vlhkosti vzduchu, často v závislosti na jeho teplotě. Pro tento případ je možné podle [5] použít vztah jehož tvar je převzat z [5] a konstanty odpovídají naměřeným hodnotám.

$$x = 5,1 \cdot \{1,08 + \tanh [0,06 \cdot (t - 8)]\}^* \quad (5)$$

^{*)} Pozn. redakce:

V citované literatuře [5] je na obr. 146 uveden pro teploty -20 až $+35$ °C v poslední závorce $(t-13)$

Shoda této rovnice se skutečně naměřenými daty v letech 2000 až 2003 je znázorněna na obr. 5.

ZÁVĚR

Pro výpočty a simulaci provozu řady technologií (např. v chladicí technice) je nutná znalost hodinových teplot vzduchu. Nejsou-li tyto údaje k dispozici, lze je s poměrně dobrou spolehlivostí dovodit z průměrných denních teplot vzduchu a denních minim a maxim nebo z teplot v 7, 14 a 21 h.

Článek vznikl na základě prací v rámci grantu MŽP č. SP/3g3/148/07 s názvem „Energetické a ekologické hodnocení provozu chladících zařízení a tepelných čerpadel.“

Označení

- A (K) rozdíl maximální a minimální teploty vzduchu během dne podle extrémního teploměru
 $\bar{A}$ (K) průměrný rozdíl maximální a minimální teploty vzduchu během dne podle extrémního teploměru v jednotlivých měsících
 t (°C) teplota vzduchu
 $\bar{t}$ (°C) průměrná denní teplota vzduchu
 x (kg.kg⁻¹) měrná vlhkost vzduchu
 δ, Δ (K) rozdíl (teplot)

Indexy:

- i v hodině i
 j v den j
 max maximální
 min minimální
7, 14, 21 v 7, 14, 21 h

**VYTÁPĚNÍ
VĚTRÁNÍ
INSTALACE**

Vážení přátelé,
Společnost pro techniku prostředí nabízí
2. přepracované vydání
Názvoslovného výkladového slovníku
z oboru Technika prostředí
v Č-N-A, A-Č-N, N-Č-A mutacích

Obsahuje terminologii oborů:

Vytápění, Solární technika, Tepelné izolace, Chladicí technika, Tepelná čerpadla, Větrání, Klimatizace, Hluk a otřesy, Průmyslová vzduchotechnika, Pneumatická doprava, Čistota ovzduší, Odprašování, Hygiena, Automatická regulace, Ekonomika investic, Domovní vodovody, Plynovody, Kanalizace.

■

Slovník je možno zakoupit:

- ☐ v Prodejně technické literatury: Bílá 90, 160 00 Praha 6 nebo si nechat zaslat dobírkou:
e-mail: homola@vc.cvut.cz – fax: 233 332 642;
- ☐ osobně v sekretariátu Společnosti pro techniku prostředí: Novotného lávka 5, 116 68 Praha 1 nebo
- ☐ v redakci VVI – Fakulta strojní, 8. p., Technická 4, 166 07 Praha 6.

Cena 220 Kč vč. DPH

redakce VVI

Kontakt na autora: m.petrak@guentner.cz

Použité zdroje:

- [1] Dvořák, Z., Klazar, L., Petrak, J. *Tepelná čerpadla*. Praha: SNTL, 1987, 340 s.
- [2] Podněbí Československé socialistické republiky. Praha: Hydrometeorologický ústav, 1960
- [3] Podklady Českého hydrometeorologického ústavu. Nepublikováno.
- [4] Samec, J. *Návrh tepelného čerpadla pro observatoř Ondřejov*. Diplomová práce. Praha: ČVUT, 2010
- [5] Chyský, J., Hemzal, K. a kol.: *Větrání a klimatizace*. Praha: BOLIT – B press, 1993, 560 s., 3. vyd. ISBN 80-901574-0-8
- [6] Kožíšek, J., Stieberová, B., Vaniš, L. *Statistická a rozhodovací analýza*. Praha: ČVUT, 2008, 252 s., 1. vyd. ISBN 978-80-01-04209-0
- [7] Rektorys, K. a spolupracovníci. *Přehled užití matematiky*. Praha: SNTL, 1981, 1140 s., 4. vyd.