

Ing. Karel STRNADEL, CSc.  
Izomat Praha s.r.o.

# Důsledky dvojí formulace tepelné vodivosti izolačních látek při výpočtu tepelných ztrát

## Consequences caused through Duplicity in Formulation of Thermal Conductivity of Insulations at the Calculation of Heat Losses

Recenzent  
doc. Ing. Pavel Novák, CSc.

Při početním řešení technických úloh spojených s tepelnou izolací rovinných stěn nebo potrubí je mimo jiné rozhodující hodnota součinitele tepelné vodivosti. Obvykle se za určující pro tuto volbu přijímá aritmetický průměr povrchových teplot vrstvy. Důsledky tohoto zjednodušení nejsou zcela jednoznačné. Má-li se předejít chybám, které mohou dosáhnout i desítky procent, je třeba věnovat volbě a užití této rozhodující látkové vlastnosti zvláštní pozornost.

**Klíčová slova:** tepelně izolační látky, izolační pouzdra, tepelná vodivost

When arithmetic solution of technical problems associated with the heat-insulated flat walls or pipes is a value of the thermal conductivity important. In the calculation is commonly taken a value determined through mean temperature of both surfaces of the wall. Consequences of the simplification are not unequivocal. To avoid errors, which can reach tens of percent, should be given special attention in option and use of this most important characteristics of insulating materials.

**Key words:** insulating materials, pipe sections, thermal conductivity

### ÚVOD

V současné době postupně vstupují v platnost evropské technické normy, které nahrazují dosud platné normy národní. V souvislosti s tím mohou být některé formulace vycházející z obecných fyzikálních zákonů důvodem k připomenutí ne zcela vžitých zvláštností.

Navrhování a provádění tepelných izolací, které je spojeno, mimo jiné, s všeobecnými snahami o úspory tepelné energie, představuje široké množství úloh různého stupně složitosti. Přesto, že jejich řešení vychází vždy ze základního Fourierova zákona, přináší jeho aplikace na rovinnou a válcovou izolační vrstvu překvapivě odlišnosti. Souvisejí s technickými možnostmi metod používaných pro měření tepelné vodivosti tepelně izolačních látek.

V příspěvku se pro účely pozdějšího srovnávání zdůrazňují, jako vstup do problematiky, některé poznatky platné pro řešení úloh spojených s tepelným tokem rovinnou vrstvou izolace. Další část tohoto příspěvku se zaměřuje na zvláštnosti podmínek při měření tepelné vodivosti válcových vrstev izolace a na doložení jejich významu. Snaha o nalezení analogie obou uvedených oblastí má ukázat východisko pro řešení celého problému. Dosažené závěry jsou doplněny kritikou, která naznačuje potřebu upřesnění, nebo experimentálního doložení některých uplatněných myšlenkových postupů.

### VÝCHOZÍ VZTAHY

Výchozí vztah pro vedení tepla homogenní rovinnou stěnou při jednorozměrném a ustáleném tepelném toku vyplývá z Fourierova zákona vedení tepla

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad [\text{W/m}^2] \quad (1)$$

resp. pro válcovou vrstvu jednotkové délky

$$\dot{q} = -2\pi r \lambda \frac{dt}{dr} \quad [\text{W/m}] \quad (2)$$

kde je:

$q$	tepelný tok [W/m <sup>2</sup> ], [W/m]
$t$	teplota [°C]
$x$	lineární vzdálenost [m]
$r$	poloměr [m]
$\lambda$	tepelná vodivost tělesa [W/m.K]

Tepelná vodivost je u tuhých látek závislá na teplotě (až na několik výjimek), u tepelně izolačních výrobků pak zvlášť výrazně. Zjišťuje se nejčastěji zařízením, které umožňuje přisouzení látkové vlastnosti vzorku jedné určité teplotě  $t$ . Pro širší teplotní rozsahy a zvýšené nároky na přesnost řešení tepelně technických úloh se vyjadřuje polynomem (3), jehož použití je obvyklé, např. u uznávaných podkladů vypracovaných německými specializovanými organizacemi [2],[3]

$$\lambda = a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3 \quad [\text{W/m.K}] \quad (3)$$

kde jsou:

$t$	určující teplota [°C]
$a, b, c, d$	materiálové konstanty

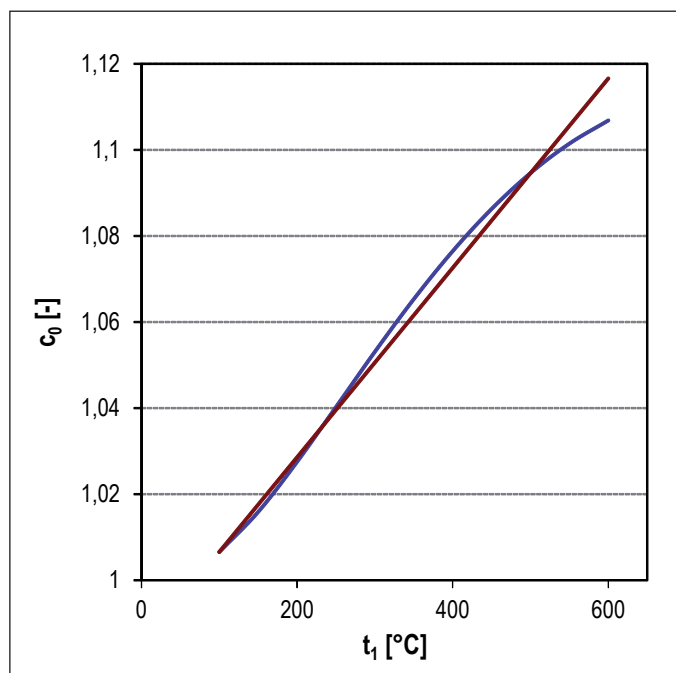
Exaktní řešení vztahu (1) a (2) zahrnuje integraci proměnné  $\lambda$ , nebo, např. při opakovaných početních operacích, zavedení střední integrované hodnoty závislosti (3) pro obor teplot mezi oběma povrchy vrstvy

$$\lambda_{si} = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} (a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3) dt \quad [\text{W/m.K}] \quad (4)$$

I tento druhý postup je poměrně náročný. Významné zjednodušení nabízí náhrada hodnoty  $\lambda_{si}$  hodnotou  $\lambda_{sa}$ , která odpovídá aritmetickému průměru obou povrchových teplot sledované vrstvy izolace

$$t_{sa} = \frac{t_x + t_y}{2} \quad [^\circ\text{C}] \quad (5)$$

a je upravena vhodnou korekcí  $c_o$ .



Obr. 1 Korekce součinitele tepelné vodivosti pro desky z minerálních vláken o objemové hmotnosti 70 až 100 kg/m<sup>3</sup> v závislosti na teplotě teplejšího povrchu vrstvy

### PODMÍNKY ZJEDNODUŠENÉHO ŘEŠENÍ TEPELNĚ TECHNICKÝCH ÚLOH PRO ROVINNOU STĚNU

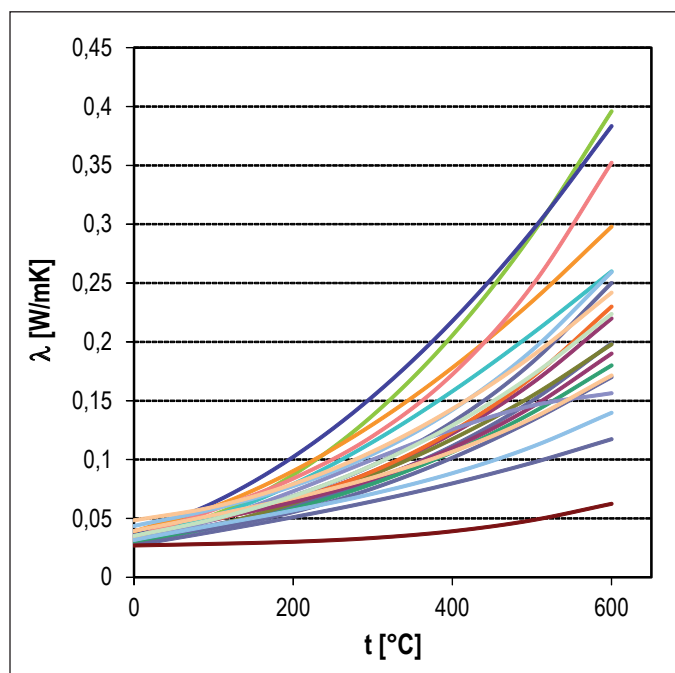
Pro posouzení významu korekce byla její velikost vyšetřena pro desky z minerální vlny o objemové hmotnosti 70 až 100 kg/m<sup>3</sup>. Výpočet byl proveden jako poměr obou hodnot  $\lambda_{st}$  a  $\lambda_{sa}$  podle (4) a (5) pro situace, kdy je teplota jednoho povrchu konstantní a má hodnotu  $t_2 = 20\text{ °C}$  a větší z obou teplot se mění v rozsahu  $t_1 = 20$  až 600 °C. Hodnoty tepelné vodivosti  $\lambda = f(t)$  byly převzaty z tzv. mezní křivky jako minimální požadavku na tepelnou vodivost izolačního materiálu, jak ji uvádějí zmíněné podklady [3]. Výsledný poměr (6) je vztažen na vyšší z obou povrchových teplot  $t_1$ . Důvodem je předpoklad, že právě tato teplota bude mít největší vliv na velikost korekce. Jak se později ukáže, nalezneme taková formulace ještě další zdůvodnění.

Průběh vypočítané závislosti je vyznačen v grafu na obr. 1. Ukazuje se, že může být s dostatečnou přesností nahrazen závislostí lineární.

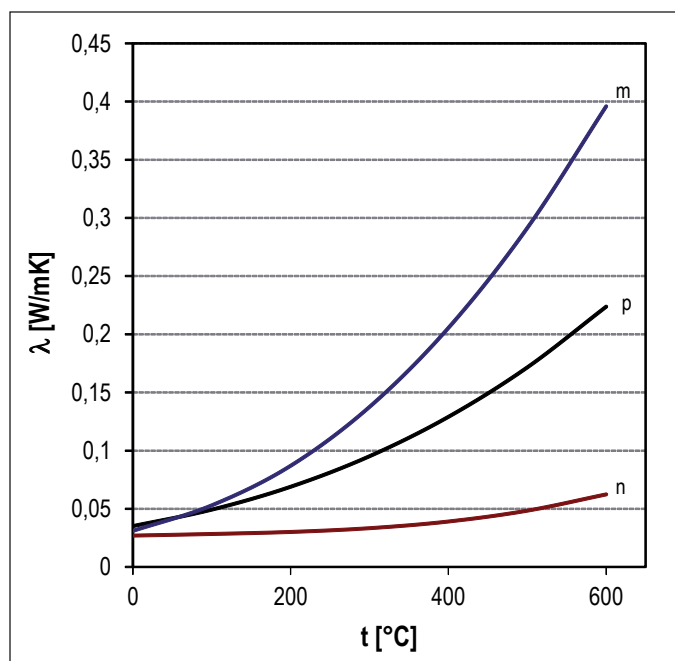
$$c_0 = \frac{\lambda_{st}}{\lambda_{sa}} = 1 + 0,000227(t_1 - 50) \quad [-] \quad (6)$$

Několik číselných hodnot korekce  $c_0$  je uvedeno v prvním řádku tab. 1. V oblastech nižších teplot není její velikost příliš významná. Např. u informativních početních úvah má přijatelnou přesnost i hodnota tepelné vodivosti bez korekce, tedy vodivost odpovídající aritmetickému průměru povrchových teplot izolační vrstvy. Při aplikaci tepelných izolací např. v energetice nebo těžké chemii, ale zejména při vyhodnocování laboratorních měření nebo při formulaci certifikačních protokolů apod. však lze úpravy tepelné vodivosti sotva zanedbat. Otázkou je, zda vyslovený poznatek platí pouze pro jediný, právě zvolený příklad nebo zda jej lze zobecnit, případně do jaké míry. Hledání odpovědi má napomoci další úvaha.

Sortiment tepelně izolačních materiálů je velmi široký. Výběr takových, které snesou vyšší provozní teploty, se však značně omezuje a pro další sledování problému je uveden v tab. 2. Hodnoty tepelné vodivosti  $\lambda = f(t)$  byly převzaty z podkladů [3]. Odpovídající křivky jsou vyznačeny



Obr. 2 Závislost tepelné vodivosti na teplotě  $\lambda = f(t)$  pro výběr izolačních látek podle měření na deskových vzorcích [2]



Obr. 3 Meze a představitel sledovaného pole závislosti tepelné vodivosti na teplotě  $\lambda = f(t)$  pro výběr izolačních látek podle měření na deskových vzorcích

v grafu na obr. 2. Pokrývají pole, které je omezeno údajem  $m$  pro lamelové rohože z minerálních vláken s objemovou hmotností 40 až 60 kg/m<sup>3</sup> a údajem  $n$  pro plst' z minerálních vláken o hmotnosti 30 až 50 kg/m<sup>3</sup> (obr. 3). Jako představitel celého pole byla zkonstruována křivka –  $p$ , kterou popisuje rovnice

$$\lambda = 0,0362 + 8,838 \cdot 10^{-5} \cdot t + 2,075 \cdot 10^{-7} \cdot t^2 + 8,924 \cdot 10^{-11} \cdot t^3 \quad [\text{W/mK}] \quad (7)$$

Za konstanty  $a, b, c, d$  (3) zde byly přijaty průměry odpovídajících hodnot pro křivky pokrývající uvedené pole.

Způsobem obdobným jako u dříve uvedeného příkladu (6) byla vyšetřena velikost korekce  $c_0 = \lambda_{st} / \lambda_{sa}$  pro mezní křivky  $m, n$  a pro reprezenta-

tví závislost (7) v závislosti na vyšší z obou povrchových teplot izolační vrstvy  $t_i$ . Jejich tvar je vyznačen na obr. 4.

I zde byly skutečné průběhy závislosti nahrazeny lineární funkcí (8), (9), (10).

$$c_{om} = 1 + 3,21 \cdot 10^{-4} (t_i - 20) \quad [-] \quad (8)$$

$$c_{on} = 1 + 3,17 \cdot 10^{-4} (t_i - 230) \quad [-] \quad (9)$$

$$c_{op} = 1 + 3,18 \cdot 10^{-4} (t_i - 170) \quad [-] \quad (10)$$

Některá číselná vyjádření pro vybrané teploty  $t_i$  jsou uvedena ve druhém až čtvrtém řádku tab. 1.

Tab. 1. Korekce součinitele tepelné vodivosti zjišťovaného u deskových vzorků izolačních látek

Č. řádku	$t_i$ [°C]	150	300	450	600
1	$c_o$	1,022	1,057	1,091	1,125
2	$c_{om}$	1,067	1,151	1,236	1,320
3	$c_{on}$	1,008	1,017	1,026	1,035
4	$c_{op}$	1,040	1,087	1,134	1,181

Před vyslovením závěrů je nutno k uvedeným poznatkům připomenout, že byly odvozeny z vlastních šetření pro účel tohoto příspěvku. Velikost korekce je v podstatě v souladu s doporučeními citovaných směrnic VDI [2], uvedených v tab. 2. Ty se však omezují na pouhé taxativní hodnoty pro určitá rozmezí teplot a neuvádějí obecnější souvislosti, které ovlivňují velikost korekce.

Tab. 2 Korekční součinitel podle směrnic VDI [2]

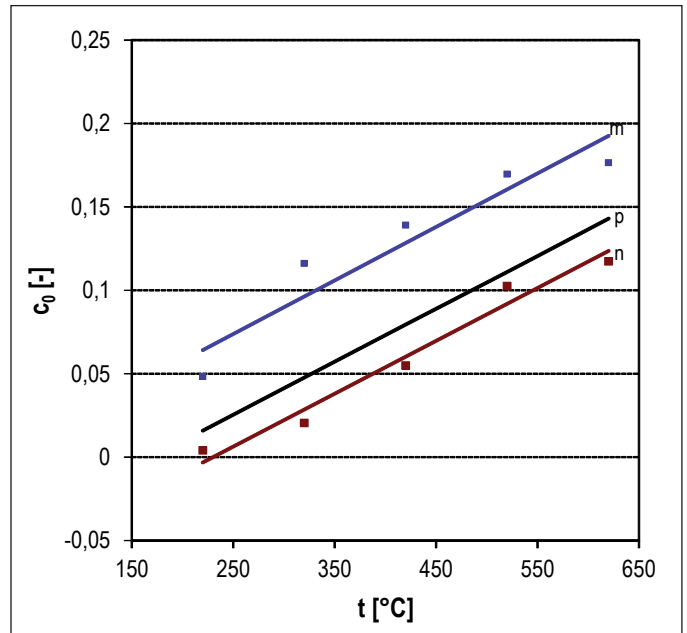
	Objemová hmotnost [kg/m³]	Rozdíl povrchových teplot [K]		
		50-150	200-300	350-550
Minerální vlna desky	30-70	1,04	1,08	1,12
	50-120	1,02	1,05	1,10
	130-150	1,00	1,02	1,05
	>160	1,00	1,00	1,02
Lamelové rohože	30-40	1,02	1,10	1,15
	50-60	1,01	1,08	1,12
Ca-Mg silikátové desky	80-110	1,02	1,06	1,10
Pěnové sklo	120-200	1,02	1,04	1,06
Perlit	60-80	1,01	1,02	1,05
Ca-silikát	100-200	1,01	1,02	1,05
Mikroporézní izolace	300	1,00	1,01	1,02

Z porovnání obou tabulek lze usuzovat, že rozdílu obou korekčních hodnot odpovídá nepřesnost konečného výsledku výpočtu v krajním případě asi 5 %. To je přibližně na úrovni chyb odpovídajících přesnosti měření tepelné vodivosti izolačních látek, nebo na úrovni vlivu různých jiných korekcí např. na vlhkost materiálu, na různé tepelné mosty apod.

Dále z provedeného šetření vyplývá, že:

- velikost korekce není závislá na tloušťce vrstvy. Je ovlivněna jen mírou zakřivení funkce  $\lambda = f(t)$ , tj. hodnotami  $b$ ,  $c$ ,  $d$  ve výrazu (3),

- v oblasti nízkých teplot a také u materiálů s velmi plochou křivkou  $\lambda = f(t)$  dosahuje korekce hodnoty nejvýše 4 %, zatímco ve vyšších teplotních oblastech a při strmějším průběhu této závislosti může představovat odchylku až 19 % od vodivosti odvozené od aritmetického průměru povrchových teplot stěny (obr. 4).



Obr. 4 Korekce součinitele tepelné vodivosti  $c_o$  pro mezní křivky  $m$  (8),  $n$  (9) a představitele  $p$  (10)

I když je volba tepelné vodivosti podle aritmetického průměru povrchových teplot při praktickém řešení tepelně technických úloh velmi pohodlná, je třeba zvažovat únosnost takového zjednodušení. Ukazuje se totiž, že mimo uvedené výjimky může záměna  $\lambda_{sa}$  za  $\lambda_{si}$  vnášet do závěrů výpočtů značné chyby.

## PROBLEMATIKA TEPELNÉ VODIVOSTI U VÁLCOVÝCH VRSTEV

Předchozí úvahy se týkaly pouze izolačních vrstev rovinných. Pro tepelnou izolaci potrubí, příp. jiných válcových těles nabízí trh prefabrikované prvky, které významnou měrou usnadňují postup montážních prací. Jejich výroba využívá povětšinou běžných izolačních materiálů a zmíněných montážních výhod se dosahuje opracováním tepelné izolačního polotovaru na požadovaný tvar technologickým postupem, který nemá vliv na strukturu, ani jiné charakteristické vlastnosti základní látky. Přesto může být, uváděním rozdílné tepelné vodivosti jako hlavního znaku kvality, zpochybněna identita těchto prefabrikátů s výchozím materiálem. Pro pochopení tohoto tvrzení je nutné nejprve přiblížit některé související skutečnosti.

## ZJIŠŤOVÁNÍ SOUČiniteLE TEPELNÉ VODIVOSTI VÁLCOVÉ VRSTVY

Má-li se zjišťovat tepelná vodivost izolačních skruží, musí se způsob jejich měření přizpůsobit tvaru vzorku. Hlavní součástí těchto speciálních aparatur je vyhřívání trubka. Na rozdíl od zařízení pro měření tepelné vodivosti deskových vzorků nelze na trubce regulovat obě povrchové teploty vzorku  $t_1$  a  $t_2$ , ale pouze jednu, to je teplotu trubky  $t_i$ . Teplota vnějšího povrchu izolační vrstvy  $t_2$  se spontánně přizpůsobí příkonu měřeného úseku trubky a okrajovým podmínkám při měření.

Zjištěný jednotkový tepelný tok pak nepřísluší jedné určité teplotě jako v předchozím případě, nýbrž rozdílu teplot ( $t_1 - t_2$ ), tedy dvěma nezávis-

lým parametrům. Přesto se výsledek měření i v tomto případě označuje jako tepelná vodivost a její hodnota se přisuzuje, snad analogicky k měření na deskových aparaturách, tentokrát aritmetickému průměru povrchových teplot  $t_{sa}$  (5), který může v krajním případě naznačovat, že nejvyšší provozní teplota izolačního materiálu má přibližně dvojnásobnou hodnotu. Definicí tepelné vodivosti s použitím aritmetického průměru povrchových teplot vzorku není zcela jednoznačná. Vyplývá to ze skutečnosti, že platí

$$t_{sa} = \frac{1}{2}[(t_1 - \Delta t) + (t_2 - \Delta t)] = konst. \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (11)$$

kde  $\Delta t$  může mít jakoukoliv libovolnou velikost.

Důsledkem odlišné formulace definičního parametru pro výsledek měření na deskových a trubkových aparaturách je možnost dvojího (při měření na Nusseltově kouli i trojího) a tedy odlišného vyjádření tepelné izolační vlastnosti jedné a téže látky a to podle toho, jakým způsobem byla zjišťována.

ČSN EN ISO 8497 [1] reaguje na naznačený problém tím, že definuje tepelnou vodivost jako

$$\lambda = \frac{q}{2\pi L} \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{(t_1 - t_2)} \quad [\text{W/m.K}] \quad (12)$$

kde:

- $q$  tepelný tok [W]
- $d_1, d_2$  vnitřní a vnější průměr izolace potrubí [m]
- $L$  délka izolovaného úseku [m]
- $t_1, t_2$  teplota měřicí trubky a vnějšího povrchu izolace [ $^{\circ}\text{C}$ ]

a protokol o zkoušce musí zahrnovat a) teplotu  $t_1$ , b) teplotu  $t_2$ .

Upřesňuje tak definici výsledku měření, ale současně mu odmítá jeho obecnou platnost, tím, že jej omezuje na jedinou situaci, kdy se tepelný tok vrstvou uskuteční při jediné hodnotě povrchové teploty  $t_1$  a jediné hodnotě povrchové teploty  $t_2$ . Taková vodivost pak vlastně není přenosná na situaci s jinými teplotami.

Rovněž směrnice Spolku německých inženýrů VDI [2] se tímto problémem zabývají. Zavádějí pro jednu tepelně izolační látku dvojí formulaci tepelné vodivosti podle způsobu jejího měření a vyjadřují ji odlišnou definicí, symbolikou, nebo také, pro zamezení záměny - např. v tabulkách i odlišnou volbou písma. I když to představuje jedno z možných řešení, u používaných odborných příruček, firemních podkladů i jiné literatury nelze očekávat spolehlivé, nebo vůbec jakékoliv označení původu nebo charakteru uváděného číselného vyjádření fyzikálních vlastností tepelné izolačních výrobků.

Za této situace lze snadno očekávat, že běžné řešení technických úloh se neobejde bez zavádění mylných podkladů do výpočtových vzorců a z toho vyplývajících chybných výsledků. Otázkou je, jak velké jsou rozdíly mezi oběma hodnotami tepelné vodivosti a jak s nimi pracovat při rutinních projekčních postupech. V dalších úvahách tohoto příspěvku bude pro tepelnou vodivost zjišťovanou na trubkovém měřicím zařízení používán symbol  $\lambda$ .

### CHYBA ZJEDNODUŠENÉHO VÝPOČTU U ÚLOH PRO VÁLCOVOU STĚNU

Pro příklad, který má ukázat závažnost problému, bylo záměrně zvoleno extrémní zadání v rozsahu podkladů poskytovaných směrnici [2].

Důvodem byla snaha o výraznější projev naléhavosti žádoucí korekce. Ze stejných důvodů byl výpočet proveden na větší počet desetinných míst, než bývá v praktických případech obvyklé.

Předmětem příkladu je výpočet tepelného toku válcovou stěnou při těchto podmínkách:

- tloušťka stěny  $s = 100$  [mm]
- vnitřní poloměr  $r_1 = 30$  [mm]
- vnější poloměr  $r_2 = r_1 + s$  [mm]
- teplota vnitřního povrchu  $t_1 = 620$  [ $^{\circ}\text{C}$ ]
- teplota vnějšího povrchu  $t_2 = 20$  [ $^{\circ}\text{C}$ ]
- součinitel tepelné vodivosti pro pouzdra z minerální vlny o objemové hmotnosti 70 až 90  $\text{kg/m}^3$  podle pracovních listů [3] je

$$\lambda' = 0,0338 + 1,173 \cdot 10^{-4} \cdot t_{sa} + 7,545 \cdot 10^{-8} \cdot t_{sa}^2 + 7,11 \cdot 10^{-10} \cdot t_{sa}^3 \quad [\text{W/mK}] \quad (13)$$

Pro výpočet poslouží aplikace výrazu (2). Za součinitel tepelné vodivosti bude přijata hodnota (13) platná pro aritmetický průměr obou povrchových teplot vrstvy, tedy pro  $t_{sa} = 320$   $^{\circ}\text{C}$ .

$$\dot{q} = 2\pi\lambda'_{320} \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = 2\pi \cdot 0,1065 \frac{620 - 20}{\ln \frac{130}{30}} = 273,89 \quad [\text{W/m}] \quad (14)$$

Ke stejnému tepelnému toku  $q$  musí, podle obecných fyzikálních zákonů, dojít u jakékoliv koncentrické vrstvičky libovolné tloušťky, která je částí původní válcové vrstvy. Rozdělme tedy zadanou válcovou vrstvu  $s$  na několik dílčích  $s_j$  a provedme šetření pro jejich soubor postupem uvedeným v tab. 3.

Označení dílčích vrstev je uvedeno v prvním sloupci tabulky. Jejich tloušťka je různá a odpovídá podmínce, aby rozdíl teplot obou jejich povrchů byl konstantní, v tomto případě  $\Delta t = 60$  K (sloupec a). Ve sloupci b jsou aritmetické průměry obou povrchových teplot (5). K nim je ve sloupci c přiřazena hodnota tepelné vodivosti vypočítaná podle rovnice (13). Sloupec d obsahuje pomocný početní výraz

$$\ln \frac{r_{vi} + s_i}{r_{vi}} = 2\pi\lambda'_i \frac{\Delta t}{q} \quad [-] \quad (15)$$

a sloupec e poměr obou poloměrů dílčí vrstvy.

$$\frac{r_{2i}}{r_{1i}} = \exp\left(\frac{r_{vi} + s_i}{r_{vi}}\right) \quad [-] \quad (16)$$

Postupným načítáním tlouštěk jednotlivých vrstev 1 až 10 se dospěje k celkové tloušťce izolační vrstvy

$$\Sigma s_j = 167,2 - 30 = 137,16 \quad [\text{mm}] \quad (17)$$

a to při celkovém teplotním rozdílu

$$\Sigma \Delta t = 10 \times 60 = 600 \quad [\text{K}] \text{ a tepelném toku } q = 273,89 \quad [\text{W/m}] \quad (18)$$

kteřé jsou stejné jako při předchozím způsobu výpočtu.

Oba výsledky jsou vzájemně značně vzdálené. Chyba je zřejmě způsobena zavedením nesprávné hodnoty součinitele tepelné vodivosti do původního výpočtu (14), jinak řečeno je způsobena zjednodušující záměnou hodnoty tepelné vodivosti  $\lambda_{sa}$  za střední integrovanou hodnotu tepelné vodivosti  $\lambda_{si}$  (4).

Tab. 3 Výpočet tloušťky izolace potrubí pro zadané podmínky - číselné řešení příkladu

	a	b	c	d	e	f
	teplota potrubí	střední teplota	tepelná vodivost	poměr průměrů dílčí vrstvy		vnější poloměr následné vrstvy
	$t_i$	$t_{sa}$	$\lambda'$	$\ln(r_2/r_1)$	$r_2/r_1 = \exp(r_2/r_1)$	$r_2$
	620					30
1		590	0,275	0,379	1,460	
		560				43,80
2		530	0,223	0,307	1,359	
		500	0,034			59,53
3		470	0,179	0,247	1,280	
		440	0,034			76,20
4		410	0,144	0,198	1,218	
		380	0,034			92,84
5		350	0,115	0,158	1,171	
		320	0,102			108,69
6		290	0,092	0,126	1,134	
		260	0,034			123,27
7		230	0,073	0,101	1,106	
		200	0,034			136,38
8		170	0,059	0,082	1,085	
		140	0,034			147,99
9		110	0,049	0,067	1,069	
		80	0,034			158,22
10		50	0,040	0,055	1,056	
		20				167,16

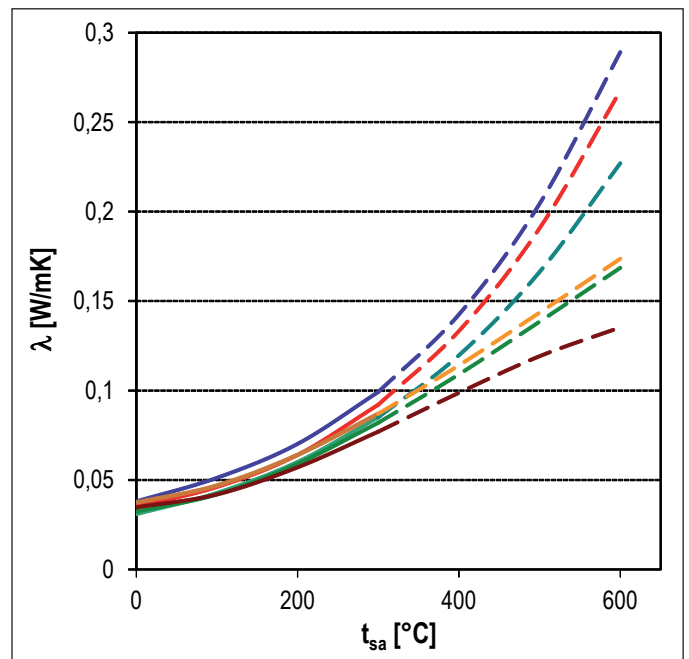
Pro vyloučení podobné chyby při analogickém postupu u stěny rovinné předepisují směrnice (2) zavedení korekčního součinitele podle tab. 2.

### NÁVRH OPRAVNÝCH PROSTŘEDKŮ

Uvedený příklad měl pouze ilustrovat oprávněnost dříve vyslovených pochyb. Podle doporučení směrnice [2] se má ke správnému výsledku u válcových vrstev dospět iterativním postupem. Jeho časová, ale i počítačská náročnost je však pro rutinní práci projektových a podobných kanceláří sotva přijatelná. Tento příspěvek navrhuje podstatně schůdnější a dostatečně spolehlivou možnost. Je to zavedení korekčního součinitele  $c_\lambda$  obdobného tomu, jaký se doporučuje u úloh s rovinnou stěnou (6). Pokud se totiž v uvedeném příkladu násobí tepelná vodivost  $\lambda'_{320}$  stanovená podle vztahu (13) číslem  $c_\lambda = 1,173$ , pak dávají oba početní postupy shodný výsledek. Tepelnému toku  $q = 273,89 \text{ W/m}$  tedy odpovídá pro zadané povrchové teploty tloušťka tepelné izolace 137,15 mm a nikoliv 100 mm, vrstvou o tloušťce 100 mm nemůže při daných povrchových teplotách protékat 273,89 W/m, ale pouze 233,5 W/m.

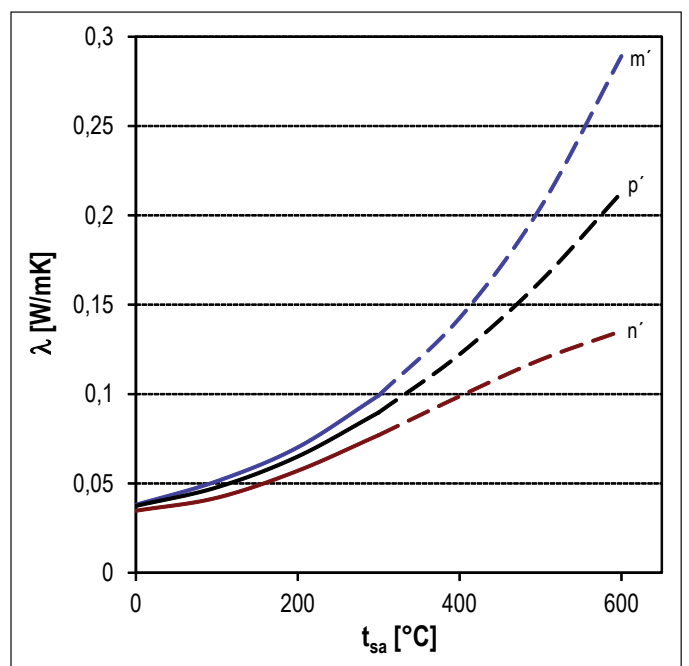
Hodnota korekčního součinitele  $c_\lambda$  byla v uvedeném příkladu vyhledána aproximací a platí pouze pro jediné zvolené zadání a pro tepelnou vodivost  $\lambda'$  (13), která byla zjištěna na trubkové měřicí aparatuře a je přiřazena aritmetickému průměru povrchových teplot měřeného vzorku  $t_{sa}$ .

Nalezení korekce  $c_\lambda = \lambda_{si}/\lambda_{sa}$  s obecnější platností, podobně jako u rovinných vrstev, není možné. Nelze zde totiž zjistit střední integrovanou hodnotu  $\lambda_{si}$ , neboť není známa její závislost na jednoznačně definované nezávisle proměnné. Budou proto hledány jiné možnosti, které by vedly k cíli.



Obr. 5 Tepelná vodivost izolačních pouzder z minerální vlny s různou objemovou hmotností v závislosti na aritmetickém průměru povrchových teplot vrstvy  $t_{sa}$  podle měření na trubkové aparatuře

Nejvýznamnější skupinu izolací, jejichž tepelná vodivost se zjišťuje trubkovou metodou tvoří skruže z minerálních vláken. Obdobně jako u deskových materiálů bude pro tuto skupinu stanovena tepelná vodivost, tentokrát v závislosti na středním aritmetickém průměru povrchových teplot vrstvy  $\lambda' = f(t_{sa})$ . Výpočet byl proveden pomocí vztahu (3), podle pokynů a podkladů převzatých ze směrnice [2], pro teploty  $t_{sa} = 50$  až  $320 \text{ °C}$ . Jejich grafické vyjádření je na obr. 5. Pro vyšší teploty  $t_{sa}$  byly křivky extrapolovány pouze pro potřeby tohoto příspěvku s vědomím, že v této oblasti je jejich skutečný význam sotva reálný. Příslušná část křivek je vyznačena čárkovaně. Důvodem extrapolace byla snaha získat podpůrný znak pro srovnání charakteristiky tepelné vodivosti obou odlišných skupin izolačních materiálů. Sledované pole



Obr. 6 Meze  $m'$  a  $n'$  a představitel  $p'$  sledovaného pole závislosti tepelné vodivosti izolačních pouzder z minerální vlny na aritmetickém průměru povrchových teplot vrstvy  $t_{sa}$  podle měření na trubkové aparatuře

je, podobně jako dříve, vymezeno pro další postup prováděných úvah křivkou  $m'$  - pro objemovou hmotnost 50 až 80 kg/m<sup>3</sup> a křivkou  $n'$  - pro objemovou hmotnost 100 až 160 kg/m<sup>3</sup> (obr. 6).

Jako představitel celého pole byla zkonstruována křivka -  $p'$

$$\lambda' = 0,0348 + 7,092 \cdot 10^{-5} \cdot t_{sa} + 3,194 \cdot 10^{-7} \cdot t_{sa}^2 + 8,256 \cdot 10^{-11} \cdot t_{sa}^3 \quad [\text{W/mK}] \quad (19)$$

kde konstanty  $a, b, c, d$  (3) byly stanoveny stejným způsobem jako dříve.

Porovnání s grafy na obr. 2 a 3 nasvědčuje možnosti prohlásit, že charakteristiky závislosti  $\lambda = f(t)$  a  $\lambda' = f(t_{sa})$  včetně provedené extrapolace jsou si velmi blízké. Příčinu lze hledat ve srovnání podmínek obou měřicích metod, které byly popsány dříve. Vytvořené pole na obr. 5 tvoří podmnožinu širšího souboru izolací, které jsou zahrnuty do grafu na obr. 2. Vzhledem k naznačené podobnosti křivek bude přijato, že hodnoty korekce vypočtené pro tepelnou vodivost rovinných vrstev jsou platné i v tomto užším výběru izolací.

Určující úloha pro stanovení velikosti korekce je přisouzena teplotě trubky. Tím se částečně napravlují kritizovaná skutečnost, že jeden z hlavních faktorů, který ovlivňuje tepelný tok, tedy rozdíl povrchových teplot ( $t_1 - t_2$ ), není při volbě součinitele tepelné vodivosti podle středního aritmetického průměru povrchových teplot vrstvy (5) respektován.

Stejně jak pro rovinné, tak i pro válcové vrstvy platí, že velikost korekce je ovlivněna pouze mírou zakřivení funkce  $\lambda = f(t)$ , tedy hodnotami  $b, c, d$  ve výrazu (3) a je nezávislá na geometrických rozměrech, tedy na velikosti průměrů, či poloměru  $r_1$  a  $r_2$ . Z výrazů (6), (8), (9) a (10) vyplývá, že její význam vystupuje v oblastech s vyšší teplotní hladinou. K tomu je vhodné připomenout, že je to u izolací teplých potrubí v místech, kde lokální tepelný odpor je vlivem zakřivení izoterem teplotního pole relativně nejvyšší.

Souběh obou těchto vlivů, tedy výše teploty a deformace teplotního pole zvyšuje riziko chyby výpočtů, zvláště u potrubí s malým průměrem a vyšší teplotou (pokud by byla podceňena nutnost korekce tepelné vodivosti). Ukazuje to i dříve uvedený příklad.

Všechny dosud uvedené hodnoty korekcí jsou vztaženy na vyšší z obou povrchových teplot vrstvy a to v rozsahu  $t_1 = 50$  až 600 °C za předpokladu, že  $t_2 = 20$  °C = konst. Pro úplnost je na místě zjistit, jak se projeví změna této podmínky u vrstev válcového tvaru. Byla tedy vyšetřena korekce  $c_{12}$  součinitele tepelné vodivosti pro skruže z minerální vlny o objemové hmotnosti 50 až 80 kg/m<sup>3</sup> a to pro uměle vytvořenou představu, kdy je teplota povrchu potrubí stálá  $t_1 = 620$  °C a teplota povrchu izolace  $t_2$  se mění. Výsledky jsou uvedeny v tab. 4

Tab. 4. Součinitel  $c_{12}$  pro korekci tepelné vodivosti skruže z minerální vlny o objemové hmotnosti 50 až 80 kg/m<sup>3</sup> při  $t_1 = \text{konst.}$

$t_2$ [°C]	20	120	220	320	420	520
$c_{12}$ [-]	1,095	1,064	1,031	1,015	1,005	1,002

Ukazuje se, že korekce je i při největším rozdílu obou povrchových teplot poměrně malá a s jejich vzájemným přibližováním velmi rychle klesá. Je to potvrzení skutečnosti, že proměnlivost teploty na vnější straně izolace nedává v praktických případech důvod pro zvláštní korekci součinitele tepelné vodivosti. Současně to také potvrzuje, že předpoklad  $t_2 = \text{konst.} = 20$  °C pro dříve prováděná šetření, je přípustný.

Na tomto místě je snad namístě uvést teoretickou možnost, kdy má válcová izolace na vnějším poloměru vyšší teplotu než na vnitřní straně.

I pro tento méně častý případ (např. v oblasti chladicí techniky a kryogeniky - tam se však používají převážně jiné druhy izolačních materiálů) platí stejné, dříve uváděné poznatky o nutnosti korekce součinitele tepelné vodivosti při řešení úloh vedení tepla válcovou vrstvou, v rozporu s tvrzením směrnice [2].

## ZÁVĚR

Zjednodušené určení součinitele tepelné vodivosti podle aritmetického průměru povrchových teplot izolační vrstvy může zanášet do řešení úloh týkajících se tepelného toku vrstvou tepelné izolace značnou chybu. Při vyšších nárocích na správnost výsledku je nezbytně nutné zavádět do výpočtu střední integrovanou hodnotu tepelné vodivosti pro sledovaný obor teplot, nebo náhradu tohoto postupu vhodnou korekcí její zjednodušené volby. U vrstev válcového tvaru je to možnost jediná.

S dříve uvedenými výhradami se nabízí vyslovení těchto společných zásad pro rovinné, i válcové vrstvy:

- při uplatnění tepelných izolací ve stavebnictví spadá největší část problémů do oblasti teplot pokojových a klimatických. Nejvyšší teploty sotva přesáhnou hranici 100 °C. V tomto rozsahu není hodnota korekce tepelné vodivosti větší než 1 % a to pravděpodobně pro celý široký sortiment používaných tepelně izolačních materiálů. Do stejné oblasti spadá tím spíše problematika izolací chladírenských.
- naproti tomu v oblasti tzv. průmyslových izolací se jedná převážně o izolované nádrže, tělesa a zejména potrubí, kde má uchovávaná nebo dopravovaná teplotonosná látka teplotu značně vyšší, např. u ostré páry až 575 °C, což lze považovat také za teplotu vnitřního povrchu izolační vrstvy válcového tvaru. Teplota jejího vnějšího povrchu je přizpůsobena interiéru průmyslových provozů nebo teplotám atmosférickým. Izolace je tedy vystavena teplotám a teplotním rozdílům v rozsahu cca 20 až 600 °C. Stanovení a uplatňování korekce je tedy žádoucí. Pro její velikost je třeba rozlišit dvě oblasti:
  - teplota  $t_1$  (to je větší z obou povrchových teplot izolace) je nižší než 320 °C a tedy velikost korekce je asi 5 %. Pokud je s tím související přesnost výsledku případného technického řešení dostačující, lze pro výpočet přijmout hodnotu součinitele tepelné vodivosti, která odpovídá aritmetickému průměru povrchových teplot vrstvy.
  - při vyšších teplotách  $t_1$ , při zvýšených nárocích na přesnost výpočtů apod. je vždy třeba zavést korekci součinitele tepelné vodivosti, např. podle vztahů (8) až (10).
- teplota vnějšího povrchu izolační vrstvy potrubí prakticky neovlivní výši korekce, orientační hodnoty uvádí tab. 4.
- pro zvlášť velké nároky na správnost řešení tepelně technických úloh je třeba vyšetřit velikost korekce tepelné vodivosti pro jednotlivá zadání úlohy individuálně, nebo alespoň volit korekční součinitele pro užší výběr materiálů se vzájemně se blížící charakteristikou závislosti  $\lambda = f(t)$ . V příkladu použitím v přední části příspěvku se ukázala nutnost korekce tepelné vodivosti o 17 %.
- uvedené poznatky by se měly důsledně uplatňovat nejen při formulaci, ale zejména při interpretaci a využití výsledků měření, při protokolárním hodnocení speciálních tepelně izolačních výrobků, jako jsou např. pouzdra, segmenty apod.

## ZHODNOCENÍ

Celá uváděná problematika vyšetřování korekce součinitele tepelné vodivosti izolačních látek byla vyvolána snahou po objasnění dílčích roz-

porů v některých technických podkladech a hledáním způsobů, jakým je možné je překlenout. Pro dosažení cíle byla přijata některá zjednodušení a zobecnění. Prvá z nich jsou poplatná např. řešitelnosti problému.

- ❑ zjednodušením byla volba konečné tloušťky dílčích vrstviček při řešení uvedeného příkladu i při dalších postupech. Opakované řešení s tloušťkou blízkou se hodnotě  $s_j = 0$  by přineslo patrně větší přesnost výsledků. Vyslovené závěry by však sotva mohly být ovlivněny zásadním způsobem.
- ❑ zvolená náhrada několika různých tepelně izolačních látek jediným představitelem měla být pokusem o dosažení pokud možno univerzálního řešení pro všechny používané izolační materiály. Při přísném posuzování nemusí být považována za spolehlivě vystihující. Námitku k tomuto postupu může vyvolat jak způsob konstrukce představitele, tak skutečnost, že uváděné poznatky nejsou experimentálně podloženy. I když se ukázalo, že je původně zamýšlený cíl tj. univerzální platnost korekce, neschůdný, mohou provedená šetření posloužit k demonstraci analogie mezi výsledky měření provedené různými aparaturami.
- ❑ uvedené hodnoty korekce lze použít především pro materiály blízké vyšetřeným druhům. Větší nároky na přesnost vyžadují zvláštní stanovení korekce pro každý odlišující se materiál např. podle uvedených postupů.
- ❑ provedené úvahy nejsou podloženy vlastními, ale jen převzatými údaji. Jejich uskutečnění bylo možné jen na základě většího počtu údajů, které by byly důvěryhodné a zejména souměřitelné. Proto se vycházelo pouze z jediného pramene, který poskytoval podklady dostatečně podrobné, vztahující se na obsáhlý sortiment izolačních materiálů.

Za zobecnění lze považovat přijetí pouze jedné, to je vyšší ze dvou proměnných teplot za určující pro velikost korekce. Přípustnost takové volby byla zdůvodněna zanedbatelným vlivem nižší teploty, resp. vymezením jejího vlivu.

Postup, který vedl k přisouzení platnosti korekce tepelné vodivosti rovinných vrstev také vrstvám válcovým na základě subjektivně zjištěné podobnosti charakteristik  $\lambda = f(t)$  a  $\lambda' = f(t_{sp})$  není exaktní a nemusí být přijat jako přesvědčivý, stejně jako některé přijaté předpoklady. Naproti tomu řešení úloh, které se týkají zejména izolace potrubí o menších průměrech při vyšších teplotách, může být bez navrhovaných korekcí, jak bylo prokázáno, zatíženo chybou značně přesahující hodnotu korekce. Je otázkou úvahy, která z obou možností výpočtu je blíže pravdě.

Zavádění extrémních situací do prováděných úvah může mnohdy budít zdání, že význam provedených úvah je pouze teoretický a vzdálený od obvyklých, prakticky se vyskytujících technických řešení. Naznačené rozpory však nabývají na důležitosti zejména při vyhodnocování laboratorních a podobných měření, při hodnocení nebo certifikaci jakosti látek nebo výrobků, či při sestavování měřících metodik, technických předpisů apod. Vyvolávají otázku, zda není v zájmu čistoty technických postupů správnější vycházet výhradně z údajů tepelné vodivosti tepelně izolačních látek zjištěných deskovou metodou měření a trubkovým aparaturám ponechat využití pro speciální měření. Přijetí této možnosti by ovšem vyvolalo zásadní změny v metodice měření a v souvisejících předpisech.

## DOSLOV

Záměrem článku bylo kriticky upozornit na formulace, jejichž podstatou je mylné přisuzování dvojí (případně trojí) tepelné vodivosti jednomu

konkrétnímu tepelně izolačnímu materiálu. Měl být naznačen význam této skutečnosti a předložen návrh, jak předejít nežádoucím důsledkům tohoto nedopatření. Jiným možným, i když žádoucím cílem byl pokus o podnět k širší diskusi o této problematice, k rozšíření a prohloubení naznačených směrů nebo dokonce k nové formulaci normových podkladů pro řešení tepelně technických výpočtů

Kontakt na autora: [strnadelk@seznam.cz](mailto:strnadelk@seznam.cz)

## Použité zdroje:

- [1] ČSN EN ISO 8497 Tepelná izolace – Stanovení prostupu tepla v ustáleném stavu tepelné izolace pro kruhové potrubí. 1998.
- [2] VDI - Richtlinien 2055 Wärme- und Kälteschutz von betriebstechnischen Anlagen in der Industrie. Verein deutscher Ingenieure 2008
- [3] Arbeitsblatt Q 132 Mineralwolle Verein deutscher Ingenieure. 2007.
- [4] Cibulka J., Černý V. a kol. Příručka měřicí techniky. SNTL. 1965.
- [5] Prokop J. Tepelné izolace v tepelné technice. Skripta ČVUT v Praze. 1992.
- [6] Seiffert K. Wärmeschutz in der Energie- und Verfahrenstechnik Verlag Resch KG München. 1980
- [7] Kutateladze, Borišanskij Příručka sdílení tepla. SNTL. 1959.
- [8] Jacob M.: Heat transfer. London. 1949. ■



**VYTÁPĚNÍ**

**VĚTRÁNÍ**

**INSTALACE**

**Vážení přátelé,**

**Společnost pro techniku prostředí nabízí**

**2. přepracované vydání**

**Názvoslovného výkladového slovníku**

**z oboru Technika prostředí**

**v Č-N-A, A-Č-N, N-Č-A mutacích**

Obsahuje terminologii oborů:

Vytápění, Solární technika, Tepelná izolace, Chladicí technika, Tepelná čerpadla, Větrání, Klimatizace, Hluk a otřesy, Průmyslová vzduchotechnika, Pneumatická doprava, Čistota ovzduší, Odprašování, Hygiena, Automatická regulace, Ekonomika investic, Domovní vodovody, Plynovody, Kanalizace.

Slovník je možno zakoupit:

- ❑ v Univerzitním knihkupectví ČVUT, budova NTK, Technická 6, 160 80 Praha 6 nebo si nechat zaslat dobříčkou: e-mail: [vera.mikulkova@ctn.cvut.cz](mailto:vera.mikulkova@ctn.cvut.cz) – tel. 224 355 003;
- ❑ osobně v sekretariátu Společnosti pro techniku prostředí: Novotného lávka 5, 116 68 Praha 1 nebo
- ❑ v redakci VVI – Fakulta strojní, 8. p., Technická 4, 166 07 Praha 6.

**Cena 110 Kč vč DPH**