

doc. Ing. Vladimír ZMRHAL, Ph.D.
ČVUT v Praze, Fakulta strojní
Ústav techniky prostředí

Tlakové ztráty kapilárních rohoží – – Analytický model (část 3)

Pressure Losses of Capillary Mats – Analytical Model (Part 3)

Recenzent
Ing. Zdeněk Lerl

Třetí díl seriálu článků popisuje sestavení analytického modelu pro výpočet tlakových ztrát kapilárních rohoží na základě iteračního a přibližného řešení. Na příkladu jsou znázorněny rozdíly mezi různými přístupy řešení. Výsledky prezentovaného modelu jsou porovnány s údaji zjištěnými experimentálně. V článku je prezentován podíl dílčích složek na celkové tlakové ztrátě rohoží.

Klíčová slova: kapilární rohož, tlaková ztráta

In the third part of the paper series is described the formulation of analytical model for pressure loss calculation of capillary mats, based on iterative and approximate solution. The variance between different ways of solution is demonstrated on an example. The results obtained from the presented model are compared with experimental data. In the paper is presented the ratio of the individual components on the total pressure loss of capillary mats.

Klíčová slova: capillary mats, pressure loss

ÚVOD

Jak již bylo konstatováno v závěru 1. dílu tohoto seriálu článků [8], výrobci kapilárních rohoží ve svých podkladech hodnoty tlakové ztráty buď vůbec neuvádějí, nebo prezentují nepřesné údaje, jejichž původ je nejasný. Tlaková ztráta rohože, resp. její závislost na průtoku teplosměnné látky, je základním údajem nutným pro správný hydraulický návrh soustavy. Určitým východiskem je modelování tlakových ztrát, resp. stanovení tlakové ztráty výpočtem.

Pro sestavení analytického modelu, byly využity poznatky získané při simulačním řešení v programu CFD, popsané v předchozím dílu [9]. Jedná se zejména o hodnoty součinitele tření λ v neustálené oblasti proudění a součinitele místní ztráty ζ pro odbočení a spojení proudů při proměnném režimu proudění. Bez znalosti uvedených parametrů je sestavení modelu téměř nemožné. Pro kontrolu správnosti výpočetních postupů poslouží porovnání s experimentálně zjištěnými údaji tlakové ztráty [8].

KAPILÁRNÍ ROHOŽE

Kapilární rohože se většinou zapojují souproutým tzv. Tichelmannovým způsobem dle obr. 1 (červeně je vyznačena i-tá větev) a platí tak rovnost tlakových ztrát v jednotlivých větvích, které mohou být tvořeny kapilárami 1 až n .

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 = \dots = \Delta p_i = \dots = \Delta p_n \quad (1)$$

Platí rovněž rovnice kontuity ve tvaru

$$\dot{M}_{\text{vstup}} = \dot{M}_{\text{výstup}} = \sum_{i=1}^n \dot{M}_i \quad (2)$$

za předpokladu $\rho = \text{konst.}$ lze psát

$$\dot{V}_{\text{vstup}} = \dot{V}_{\text{výstup}} = \sum_{i=1}^n \dot{V}_i \quad (3)$$

kde $\dot{M}_i$ a $\dot{V}_i$ jsou hmotnostní resp. objemové průtoky tekutiny kapilárami 1 až n .

ANALYTICKÝ MODEL

Při modelování tlakových ztrát kapilárních rohoží je v zásadě možné použít dva přístupy řešení:

1) Iterační výpočet

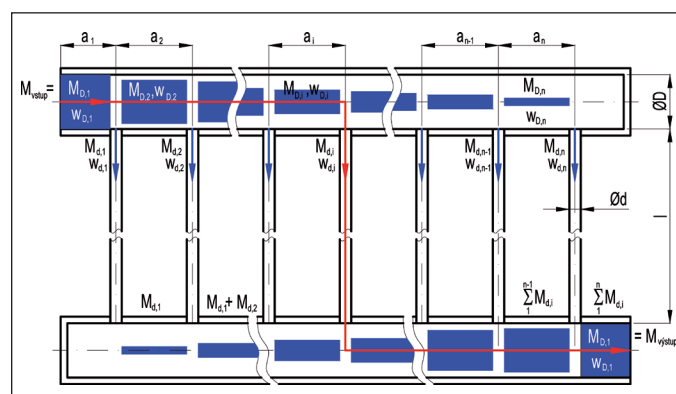
Iterační výpočet respektuje rovnost tlakových ztrát v jednotlivých větvích dle rovnice (1) a přepočítává objemové průtoky kapilárami. Nevýhodou iteračního modelu je zejména jeho složitost a poměrně dlouhá doba výpočtu pro větší počet kapilár řazených za sebou. Pro rychlé projekční výpočty se jeví jako nepraktický.

2) Přibližný výpočet

Jak bude ukázáno dále, na celkové tlakové ztrátě kapilární rohože má dominantní podíl tlaková ztráta třením v kapiláře. Za předpokladu zapojení rohoží stejné délky (resp. rohoží se stejnou délkou kapiláry) je možné zavést přibližný předpoklad rovnoměrného rozdělení objemových průtoků do jednotlivých kapilár a pro $\rho = \text{konst.}$ platí

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 = \dots = \dot{V}_i \quad (4)$$

Tlaková ztráta se pak stanoví pro jednu vybranou větev kapilární rohože (rozvodné potrubí – kapilára – sběrné potrubí). V případě, že jsou známy vstupní údaje (součinitel tření λ a součinitel místních ztrát ζ), je takové řešení poměrně jednoduchou záležitostí.



Obr. 1 Schéma proudění tekutiny kapilární rohoží

Volba vhodného přístupu závisí na řešeném případě. V tomto článku bude analyzován případ, kdy jsou do okruhu řazeny rohože stejné délky / a lze s dostatečnou přesností použít přibližný výpočet. Iterační výpočet by se použil v případech, kdy jsou za sebou řazeny rohože různé délky.

ANALYTICKÝ MODEL

Pro výpočet tlakové ztráty kapilární rohože lze pro i -tou větev obecně psát

$$\Delta p_i = \Delta p_{t,d,i} + \sum_1^i \Delta p_{t,D,r,i} + \sum_1^n \Delta p_{t,D,s,i} + \Delta p_{m,obl,i} + \Delta p_{m,o,i} + \Delta p_{m,s,i} + \sum_1^i \Delta p_{m,o,p,i} + \sum_1^n \Delta p_{m,s,p,i} \quad (5)$$

kde je

$\Delta p_{t,d}$	tlaková ztráta třením v kapiláře [Pa]
$\Delta p_{t,D,r}$	tlaková ztráta třením v rozvodném potrubí [Pa]
$\Delta p_{t,D,s}$	tlaková ztráta třením ve sběrném potrubí [Pa]
$\Delta p_{m,obl}$	tlaková ztráta místní v oblouku [Pa]
$\Delta p_{m,o}$	tlaková ztráta místní při odbočení proudu [Pa]
$\Delta p_{m,s}$	tlaková ztráta místní při spojení proudů [Pa]
$\Delta p_{m,o,p}$	tlaková ztráta místní v přímém směru při odbočení proudu [Pa]
$\Delta p_{m,s,p}$	tlaková ztráta místní v přímém směru při spojení proudů [Pa]

TLAKOVÉ ZTRÁTY TŘENÍM

Při výpočtu tlakových ztrát třením se postupuje podle známého Weisbachova vztahu. V kapiláře nastává při běžných průtocích vody laminární proudění. Rychlost proudění v libovolné i -té kapiláře, za předpokladu platnosti podmínek (3) a (4), se stanoví jako

$$w_{d,i} = \frac{4\dot{V}_i}{\pi d^2} = \frac{4}{\pi d^2} \frac{\dot{V}_{vstup}}{n_k} \quad (6)$$

kde n_k je celkový počet kapilár.

Ukazuje se, že vyvinutého rychlostního profilu ustáleného laminárního proudění lze dosáhnout pouze v ideálním případě (dokonale rovná kapilára). Ve skutečnosti je plastová kapilára tvarově nestálá a na tekutinu působí řada sil, které ovlivňují rychlostní profil a tudíž i charakter proudění. Z uvedeného důvodu se do výpočtu tlakových ztrát třením v kapiláře $\Delta p_{t,d}$ dosadí údaj součinitele tření pro neustálené proudění (viz. předchozí díl tohoto seriálu [9]).

$$\lambda = \lambda_{neust} \quad (7)$$

V rozvodném a sběrném potrubí může nastat jak laminární, tak turbulentní proudění. V odborné literatuře (např. [2]) je možné nalézt celou řadu vztahů pro výpočet součinitele tření při turbulentním proudění tekutin. Jedním z nejpřesnějších, který však vyžaduje iterační výpočet, je vztah podle Colebrook (1939) [1]. Pro hydraulicky hladké potrubí (potrubí z plastu) pak lze použít jednoduchý Blasiusův vztah (1911), který je platný v rozsahu $5 \cdot 10^3 < Re < 10^5$.

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (8)$$

Při analytickém řešení je potřeba rozhodnout, zda ve výpočtu uvažovat s tlakovou ztrátou třením v rozvodném / sběrném potrubí $\Delta p_{t,D}$. To závisí na okolnostech zjištění součinitele místní ztráty při odbočení / spojení proudu (jsou-li známy).

Tlaková ztráta v oblouku

Pro stanovení místní ztráty při laminárním proudění tekutiny v oblouku (pro rohož typu K.S 15) byl v literatuře [4] nalezen vztah pro stanovení ekvivalentního součinitele tření ve tvaru

$$\lambda_{ekv} = \frac{20}{Re^{0,65}} \left(\frac{d}{2R} \right)^{0,175} \quad (9)$$

s platností

$$50 < Re \sqrt{\frac{d}{2R}} < 600$$

pro

$$\frac{R}{d} \geq 3 \text{ a } \frac{l_{obl}}{D_{obl}} \geq 10$$

TLAKOVÉ ZTRÁTY MÍSTNÍ

Tlakové ztráty místní jsou způsobeny místními odpory při odbočení proudu tekutiny z rozvodného potrubí do kapiláry a při spojení proudů ve sběrném potrubí. Vztahy pro výpočet součinitele místní ztráty ζ pro zmíněná uspořádání byly publikovány v minulém díle tohoto seriálu článků [9]. Součinitel místní ztráty je zde vztažen k rychlosti proudění v hlavním (rozvodném / sběrném) potrubí a místní tlaková ztráta se určí obecně jako:

$$\Delta p_m = \zeta_D \frac{w_D^2}{2} \rho \quad (10)$$

Za předpokladu platnosti podmínek (3) a (4), bude rychlost proudění v i -tém úseku rozvodného potrubí při odbočení

$$w_{D,o,i} = \frac{4 \left(\dot{V}_{vstup} - \sum_1^i \dot{V}_{d,i} \right)}{\pi D^2} \quad (11)$$

a obdobně se stanoví rychlost ve sběrném potrubí

$$w_{D,s,i} = \frac{4 \sum_1^i \dot{V}_{d,i}}{\pi D^2} \quad (12)$$

PLATNOST MODELU

Přibližný model představuje zjednodušený výpočet tlakové ztráty jednou vybranou větví.

Například pro 1. větev rohože ($i = 1$) lze rovnici zjednodušit na tvar

$$\Delta p_1 = \Delta p_{t,d,1} + \Delta p_{m,obl,1} + \Delta p_{m,o,1} + \Delta p_{m,s,1} + \sum_1^n \Delta p_{m,s,p,i} \quad (13)$$

Oproti obecné rovnici je zde patrný rozdíl v podobě eliminace tlakové ztráty třením v rozvodném a sběrném potrubí $\Delta p_{t,D,r}$ a $\Delta p_{t,D,s}$. Tyto tlakové ztráty jsou již zahrnuty v součiniteli místní ztráty při odbočení a spojení proudu, viz [9].

Porovnání výpočetních přístupů

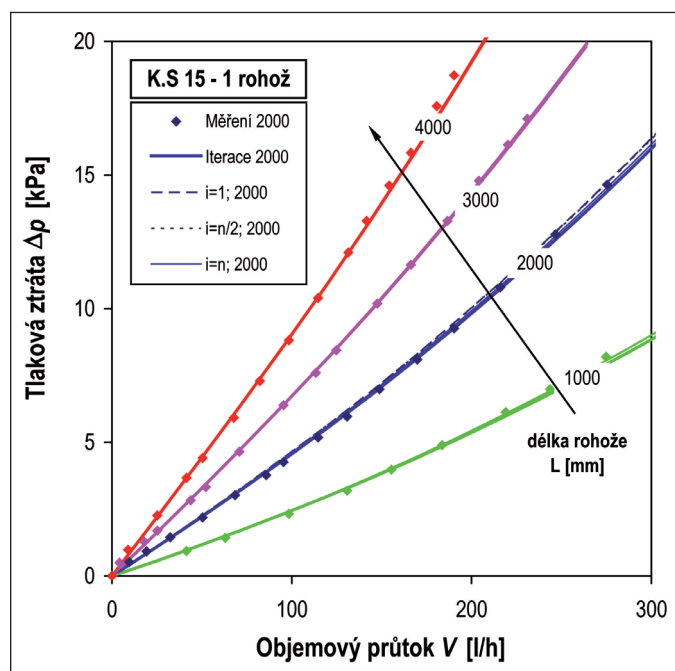
Rovnice (13) představuje model pro 1. větev rohože. Otázkou zůstává výběr vhodné větve pro přibližný model tak, aby výsledky co nejlépe korespondovali se skutečností. Pro posouzení výběru vhodné větve byl sestaven model jedné rohože pro větve $i = 1$, $i = n/2$ a $i = n$, kde celkový počet kapilár n je 30. Dále byl sestaven iterační model jedné rohože pro všechny zkoumané délky.

Na obr. 2 je znázorněno porovnání různých přístupů při modelování tlakových ztrát kapilárních rohoží pro jednu kapilární rohož délky 1000, 2000, 3000 a 4000 mm. V obrázku jsou vyneseny výsledky iteračního modelu (tučně) a přibližného modelu (tenčí) stanovené pro větve $i = 1$, $i = n/2$ a $i = n$. U rohoží délky 3000 a 4000 mm nejsou rozdíly mezi iteračním a přibližným modelem vůbec patrné a všechny 4 křivky se překrývají. Určité rozdíly lze pozorovat u rohoží délky 1000 a 2000. Čím kratší je rohož, tím větší je podíl místních tlakových ztrát na celkové tlakové ztrátě. A právě stanovení místních tlakových ztrát může ve výpočtu způsobovat největší odchylky. Z obr. 2 je však patrné, že rozdíly ve výsledcích jsou relativně malé a pro přibližné modelování lze použít zjednodušenou rovnici (13), nicméně pro modelování lze vybrat libovolnou větev. Současně je zřejmé, že zavedení předpokladu (4) nezpůsobí výrazné rozdíly ve výsledcích celkové tlakové ztráty rohože. Pro rohože délky $L > 2000$ pak platí zároveň rovnice (1).

Porovnání s naměřenými hodnotami

Na obr. 3 je uvedeno porovnání přibližného výpočetního modelu (hladká tučná křivka) s naměřenými hodnotami (body) pro rohože K.S 15 (obr. 3a) a G 30 (obr. 3b). Všechny závislosti jsou opatřeny chybovou úsečkou, která zohledňuje nepřesnost při výrobě kapiláry (popsáno v 1. díle seriálu [8]). Pro rohož KS.15 (obr. 3a) výsledky odpovídají průměru $d = 2,386 \pm 0,023$ mm; u rohože G 30 (obr. 3b) bylo počítáno s hodnotou $d = 1,852 \pm 0,063$ mm. Odchylka ve výpočtu tlakové ztráty způsobená touto výrobní nepřesností u rohože typu K.S 15 je ± 4 %, u rohože typu G 30 pak činí ± 12 až 15 %.

Ze závislostí zobrazených na obr. 3 je zřejmé, že přibližný model poměrně dobře odpovídá naměřeným hodnotám a vystihuje reálnou

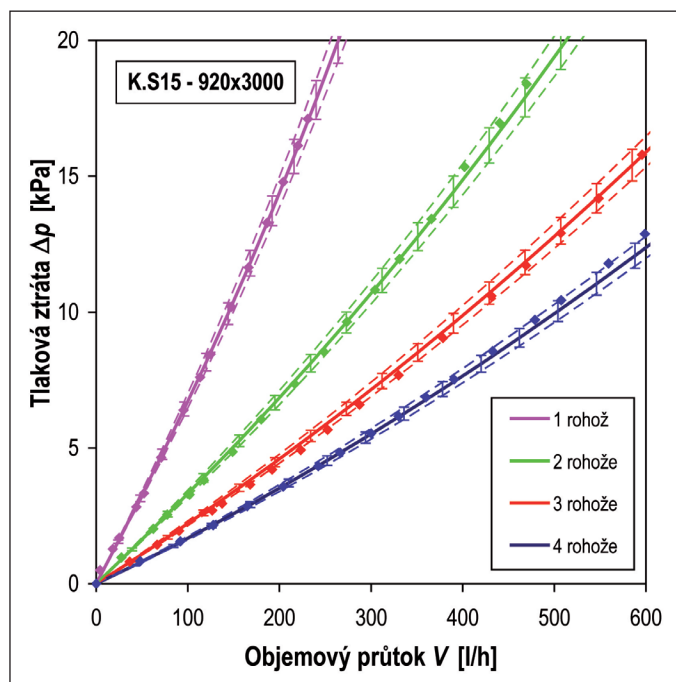


Obr. 2 Porovnání různých přístupů při modelování tlakových ztrát

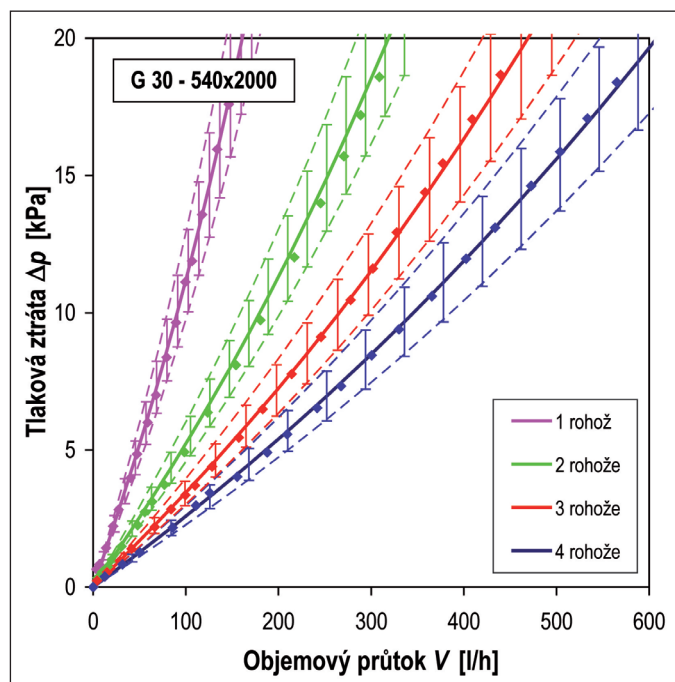
situaci. I když jsou z výsledků patrné určité odchylky, je zřejmé, že naměřená data kopírují křivku zjištěnou na základě přibližného modelu. Toleranční pole je poměrně široké. Vnitřní průměr kapiláry má tak rozhodující vliv na velikost tlakové ztráty a jeho znalost je pro modelování nezbytná [8].

Podíl dílčích tlakových ztrát

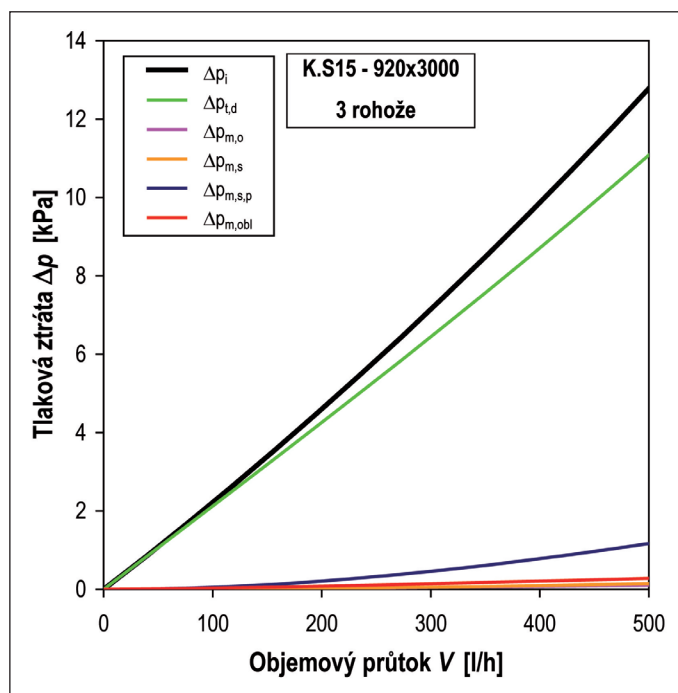
Na obr. 4 je znázorněn podíl jednotlivých dílčích složek na celkové tlakové ztrátě tří sériově řazených rohoží při řešení dle rovnice (13). Je zřejmé, že tlaková ztráta třením v kapiláře činí dle očekávání stězejší položku. Z grafů na obr. 4 je zřejmý rovněž vliv místní ztráty při spojení proudů v přímém směru na výsledný parabolický tvar hledané závislosti.



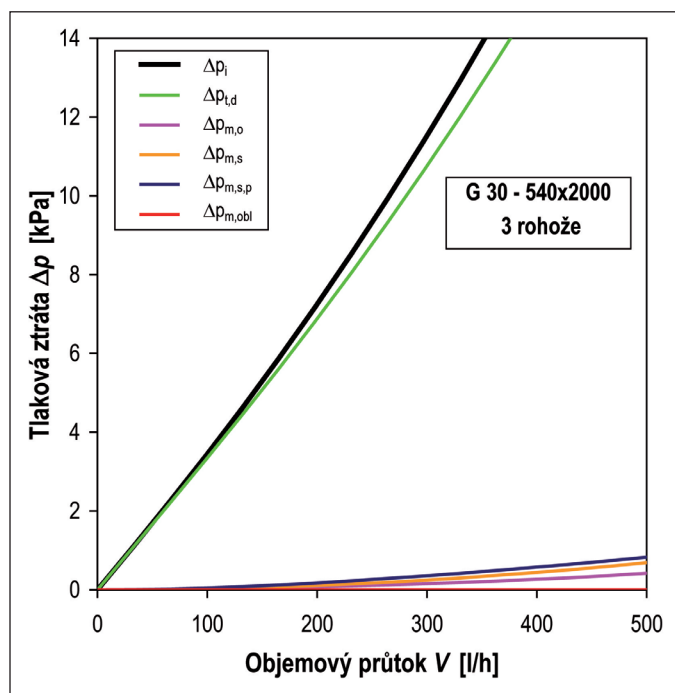
Obr. 3a Porovnání naměřených hodnot s výsledky analytického řešení – rohož K.S 15 - 920 x 3000



Obr. 3b Porovnání naměřených hodnot s výsledky analytického řešení – rohož G 30 - 540 x 2000



Obr. 4a Podíl dílčích položek na celkové tlakové ztrátě.
3 rohože K.S 15 – 920 x 3000



Obr. 4b Podíl dílčích položek na celkové tlakové ztrátě.
3 rohože G 30 - 540 x 2000

ZÁVĚR

Pro stanovení celkové tlakové ztráty kapilárních rohoží lze využít zjednodušený matematický model. Článek prezentuje postup výpočtu tlakové ztráty kapilární rohože. Z porovnání naměřených a analyticky zjištěných závislostí vyplývá poměrně dobrá shoda výsledků. Uvedený výpočetní postup lze považovat za univerzální pro stanovení tlakové ztráty stejně dlouhých kapilárních rohoží, řazených za sebou a zapojených souproutým (Tichelmannovým) způsobem. V praxi se zapojují rohože do okruhu většinou tak, aby celková tlaková ztráta okruhu byla maximálně 20 kPa.

Článek otevřel otázku modelování tlakových ztrát rohoží různé délky řazených za sebou, kdy je již nutné použít iterační výpočet. I když sestavení takového modelu na základě dosud publikovaných výsledků je možné, výsledky modelování je nutné ověřit experimentálně. Následně bude možné výsledky iteračního postupu výpočtu zjednodušit pro praktické využití. Problematika bude předmětem dalšího zkoumání.

Kontakt na autora: Vladimír.Zmrhal@fs.cvut.cz

Použité zdroje

- [1] COLEBROOK, C.F. Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws. *Journal Ins. Civil Engineers*. London 1939, No. 4, p. 133.
- [2] HEMZAL, K. Součinitel tření při proudění tekutin – komparace vztahů. *Vytápění, větrání, instalace*. 2003, roč. 12, č. 1, s. 30-32. ISSN 1210-1389.
- [3] JANALÍK, J. *Hydrodynamika a hydrodynamické stroje*. Skriptum VŠB – TU Ostrava, 2008.

- [4] IDELCHIK, I.E. *Handbook of Hydraulic Resistance*, 3rd edition. Betelu House inc., 1993. ISBN 1-56700-074-6.
- [5] KOSTEČKA, L. *Tlakové ztráty kapilárních rohoží*. Praha, 2012. Diplomová práce. ČVUT v Praze Fakulta strojní.
- [6] MATUŠKA, T. *Meření tlakových ztrát trubkových registru pro absorbery solárních kolektorů část 1 – voda*. Praha, 2006. Grantová zpráva. ČVUT v Praze.
- [7] TUREČEK, V. *Tlakové ztráty kapilárních rohoží*. Praha, 2009. Diplomová práce. ČVUT v Praze Fakulta strojní.
- [8] ZMRHAL, V. Tlakové ztráty kapilárních rohoží – Experimentální měření (1.díl). *Vytápění, větrání, instalace*. 2012, roč. 21, č. 4, s. 146-151. ISSN 1210-1389.
- [9] ZMRHAL, V. Tlakové ztráty kapilárních rohoží – CFD simulace (2.díl). *Vytápění, větrání, instalace*. 2014, roč. 23, č. 3, s. 122-126. ISSN 1210-1389.
- [10] ZMRHAL, V., MATUŠKA, T., SCHWARZER, J., Modelování tlakových ztrát kapilárních rohoží. In: *Simulace budov a techniky prostředí*. Praha: IBPSA-CZ, 2010, s. 73-78. ISBN 978-80-254-8661-0.

Seznam označení

a	rozteč kapilár [m]
d	vnitřní průměr kapiláry [m]
D	vnitřní průměr rozvodného/sběrného potrubí [m]
L	délka [m]
Re	Reynoldsovo číslo [-]
w	rychlost proudění [m/s]
ρ	hustota [kg/m ³]
ζ	součinitel místní ztráty [-]
λ	součinitel tření [-]

Indexy

d	kapilára
D	hlavní potrubí
ekv	ekvivalentní
i	i -té kapiláry
o	odbočení
obl	oblouku
p	přímý úsek
s	spojení
w	vody

Informace denně již 13 let zdarma!

